



Le pré du fermier – Cycle 3

Moutons en détresse !!!

Défi : Peux-tu aider le fermier à agrandir son champ ?

4 défis autour de « AIRE ET PÉRIMÈTRE »



À noter :

Ces séances s'adressent aussi bien aux CM1 qu'aux CM2, que le travail sur l'AIRE ait été commencé ou pas.

Attendus mobilisés dans la séquence :

Extrait des ajustements de programmes de Mathématiques Cycle 3 - Juillet 2018 : Aires

- Comparer des surfaces selon leurs aires sans avoir recours à la mesure, par superposition ou par découpage et recollement.
- Différencier périmètre et aire d'une figure.

Compétences mobilisées dans la séquence

CHERCHER

- S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle ;
- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

REPRÉSENTER

- Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points) ;

RAISONNER

- Résoudre des problèmes nécessitant la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement ;
- Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui ;
- Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

COMMUNIQUER

- Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation ;
- Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Objectifs de la séquence :

- Donner du sens à la grandeur AIRE en mobilisant des procédures de comparaison (directe et indirecte) de surfaces planes
- Comprendre qu'un objet peut avoir plusieurs grandeurs
- Distinguer AIRE et PÉRIMÈTRE, notions variant indépendamment l'une de l'autre

DÉFIS

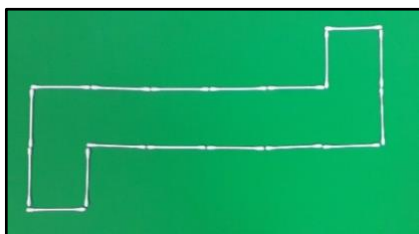
POINTS DE VIGILANCE

EN CLASSE

DÉFI N°1 :

Un fermier possède un pré dans lequel il fait brouter ses moutons mais ceux-ci n'ont plus d'herbe. Le fermier doit donc agrandir son pré mais en gardant les 18 panneaux (ou barrières) et ne peut déplacer que deux panneaux (ou barrières) par jour.

En combien de jours le fermier obtiendra-t-il le plus grand pré possible ?



Cette image est projetée et un exemple a été réalisé sur une table visible des élèves.

(Annexe 1)



La confrontation permet de conclure que le fermier peut agrandir son pré pendant 10 jours.

Matériel :

- 18 coton-tige par binôme ou trinôme : **choisir un matériel filiforme** (coton tige, grand cure dent...) **pour éviter les problèmes de précision avec l'épaisseur du matériel type kaplas.**
- Des « prés » permettant la validation pourront être utilisés (cf photo ci-contre). Ce support permet aux élèves en difficulté de voir l'agrandissement de l'aire.



Vocabulaire :

Ne pas introduire le vocabulaire spécifique au début de la situation, le vocabulaire lié à la situation peut être utilisé dans un 1^{er} temps (pré, enclos, barrière, tour, espace, l'herbe ...).

Le vocabulaire spécifique sera introduit lors de la recherche (si les élèves **reconnaissent** qu'ils travaillent sur les aires et le périmètre), lors de la confrontation des résultats (si les élèves n'ont pas encore travaillé sur la grandeur AIRE)

Démarche :

Cette séance permet de définir ou de redéfinir l'aire par des procédures de représentation mentale ou de comparaison directe (quand ils utilisent le matériel « pré »). Elle permet également de pointer que périmètre et aire ne sont pas 2 grandeurs nécessairement liées, ce que les élèves (voire les adultes) ont du mal à concevoir.

Questionnement des élèves avant la recherche :

« Comment on peut avoir plus d'herbe si on n'a pas plus de coton-tige ? »

Cette remarque illustre bien la difficulté pour les élèves à comprendre que les 2 grandeurs ne sont pas liées entre elles. C'est ce que la séquence proposée s'attache à travailler.

Exemple de formulation du savoir

énoncée par des élèves de CM2 en REP+ à la fin du 1^{er} défi :
« Nous avons réussi à agrandir l'aire de la figure sans ajouter de coton-tige, sans agrandir le périmètre. Nous avons gardé le même périmètre. »

DÉFIS

DÉFI N°2 :

L'année prochaine, le fermier change de village, il veut construire un pré rectangulaire.

Aide le fermier à trouver tous les prés rectangulaires possibles en utilisant toujours les 18 panneaux (ou barrières)

Quand vous penserez avoir trouvé tous les rectangles possibles, pour garder une trace de vos recherches, nous vous distribuerons des feuilles blanches. Vous n'aurez alors plus les coton-tige à disposition. Il faudra que votre travail puisse être compris par les autres.

POINTS DE VIGILANCE

Matériel :

- 18 coton-tige par binôme ou trinôme
- Feuilles blanches A3

4 rectangles sont possibles : 1×8 ; 2×7 ; 3×6 ; 4×5

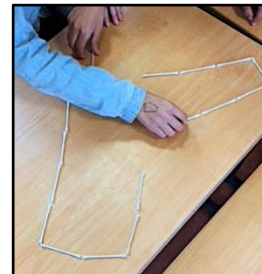
À noter que les élèves peuvent ne pas identifier tout de suite que le rectangle 5×4 est le même que le rectangle 4×5 (ou que 8×1 est le même que 1×8).

La confrontation permettra de pointer cette question.

Si pour certains élèves le doute subsiste, le défi N°3 permettra de mettre en évidence l'égalité d'aire de ces rectangles (ex : rectangle 2×7 et 7×2)

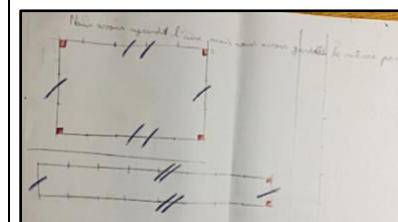
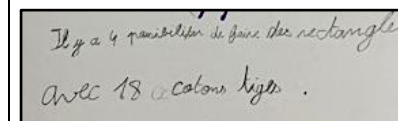
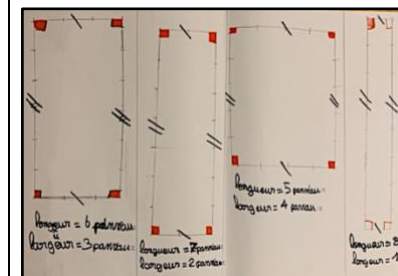
Démarche : Les élèves vont manipuler les coton-tige, ils peuvent partir du rectangle du DEFI n°1 (3×6) ou choisir le rectangle de 1 unité de côté, puis 2 unités..., ou procéder par tâtonnement voire au hasard. **L'enseignant observe comment les élèves procèdent.**

Lors de la phase de représentation des rectangles, sans les coton-tige, ils devront organiser leur écrit pour être le plus « communicable » possible. Cela peut être l'occasion de mobiliser les codes de géométrie en situation (angle droit, égalité de longueur des côtés) et aussi de traduire le périmètre 18 en écritures mathématiques découvertes. Ce qui permettra d'aller vers les formules de calcul du périmètre d'un rectangle :
Ex : $2 + 7 + 2 + 7 = (2 \times 2) + (2 \times 7) = (2 + 7) \times 2 = 18$



EN CLASSE

Quelques productions d'élèves :



DÉFIS

DÉFI N°3 :

Le fermier veut être sûr de construire le plus grand pré pour que ses moutons ne manquent pas d'herbe.

Aide le fermier à ranger toutes les surfaces trouvées précédemment de la plus petite à la plus grande.

Il faudra pouvoir expliquer votre rangement. Pour cela, j'ai reproduit les rectangles que nous avons trouvés mais en plus petit (Annexe 2). Vous allez devoir trouver des solutions pour ranger ces surfaces.

À noter : Avant de lancer les élèves en recherche, pour leur permettre de bien faire le lien entre les rectangles trouvés dans le défi 2 et les rectangles de l'annexe 2, il est conseillé d'explicitier leur lien en mettant en parallèle un rectangle réalisé avec les coton-tige et un rectangle de l'annexe 2.

(Cf Annexe 3 qui pourra être projetée)

POINTS DE VIGILANCE

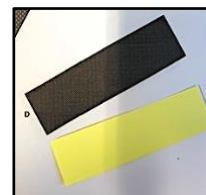
Matériel :

- Photocopie des 4 rectangles de périmètre 18 unités (Annexe 3) par binôme ou trinôme (prévoir des photocopies supplémentaires en cas de découpage erroné)

Démarche :

Les élèves pourront ranger les surfaces rectangulaires en découpant les rectangles et en les superposant. Ils mettront alors en œuvre une comparaison directe. C'est bien la grandeur qui sera mobilisée.

Des élèves plus avancés pourront comparer indirectement les rectangles à l'aide d'une surface distribuée (le rectangle D en bristol, cf photo ci-contre) qu'ils utiliseront pour reporter, pour se représenter mentalement les transformations de la surface... Là encore, c'est bien la grandeur qui sera mobilisée et pas encore la mesure.



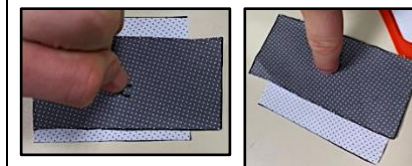
Lors de la recherche puis de la confrontation, il s'agira de pointer à nouveau que le périmètre de ces 4 rectangles est resté le même mais qu'en revanche, l'aire a été modifiée à chaque fois. Pour conclure la séance, il conviendra de formuler qu'avec un périmètre de 18 unités, il est possible de construire 4 rectangles dont les aires ne sont pas égales.

Cette situation est l'occasion de formuler la propriété de transitivité :
Si aire de A < aire de D et que aire de D < aire de C,
alors aire de A < aire de C

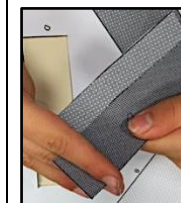
Geste professionnel :

À propos de la verbalisation, lors de la recherche, il faudra être attentif à la justification. Les élèves doivent justifier que l'aire du rectangle A est plus petite que l'aire du rectangle B. La perception n'est pas suffisante, la prise en compte des longueurs des côtés non plus.

EN CLASSE



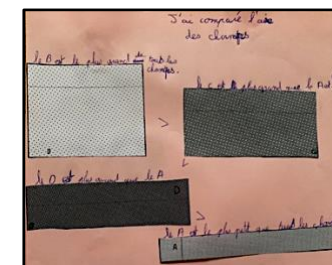
Exemple de formulation du savoir



« Nous avons comparé l'aire des rectangles en les superposant et en découpant ou en pliant les morceaux qui dépassaient.

Même si le rectangle A a des longs côtés, son aire est plus petite que l'aire des rectangles D, C et B.

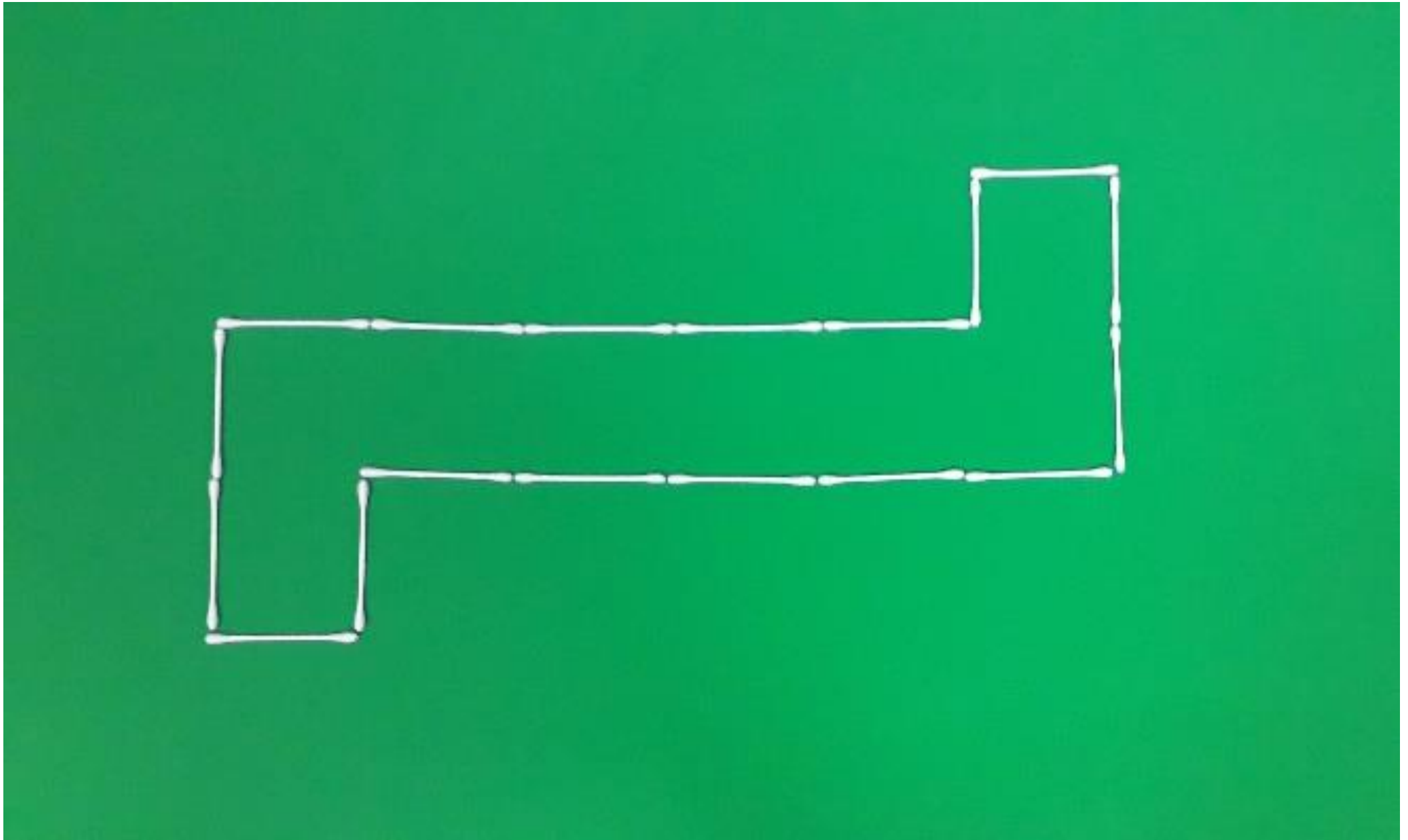
Quand on juxtapose les rectangles, on ne peut pas vraiment comparer l'aire des rectangles.



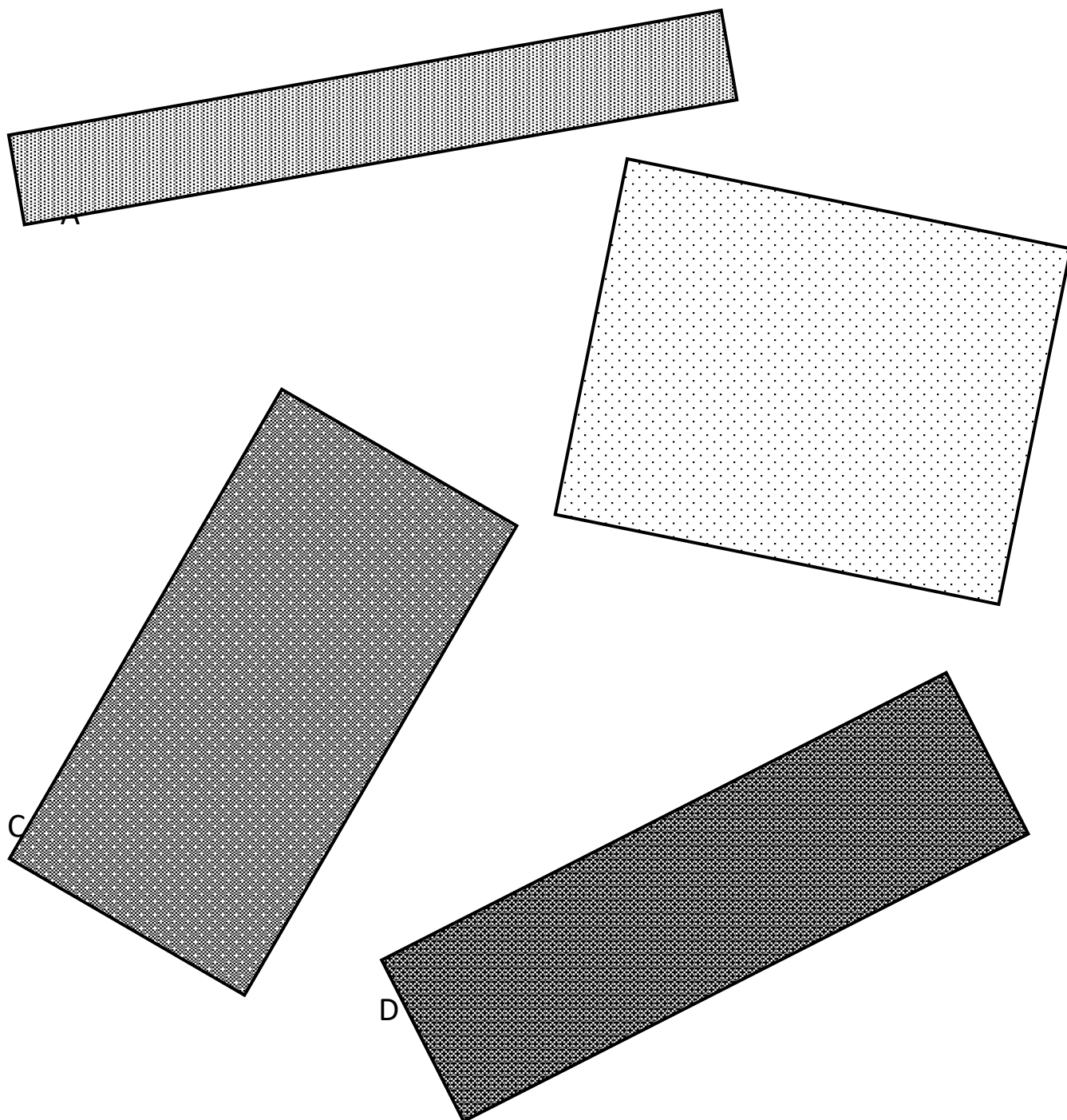
DÉFIS	POINTS DE VIGILANCE	EN CLASSE
<p>DÉFI N°4</p> <p>Choisissez un des 4 rectangles de périmètre 18 et trouvez un maximum de figures non rectangulaires <u>qui auront toutes la même aire que le rectangle choisi au départ.</u></p> <p>Pour cela, vous allez travailler sur papier pointé.</p>	<p><u>Matériel</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Papier pointé (Annexe 4 – réseau à maille carrée 1,5 cm). Quelques exemplaires des 4 rectangles découpés (pour permettre le choix au départ) <p>Ce défi peut être réalisé individuellement.</p> <p>Si les élèves n’ont jamais utilisé de papier pointé, il sera nécessaire de leur montrer comment cela fonctionne.</p> <p><u>Démarche</u> :</p> <p>Cette séance se situera à la limite du travail de la grandeur AIRE. En effet, l’unité d’aire (le carré d’1,5 cm de côté) induite par les points constituera une 1^{ère} approche de la mesure.</p>	

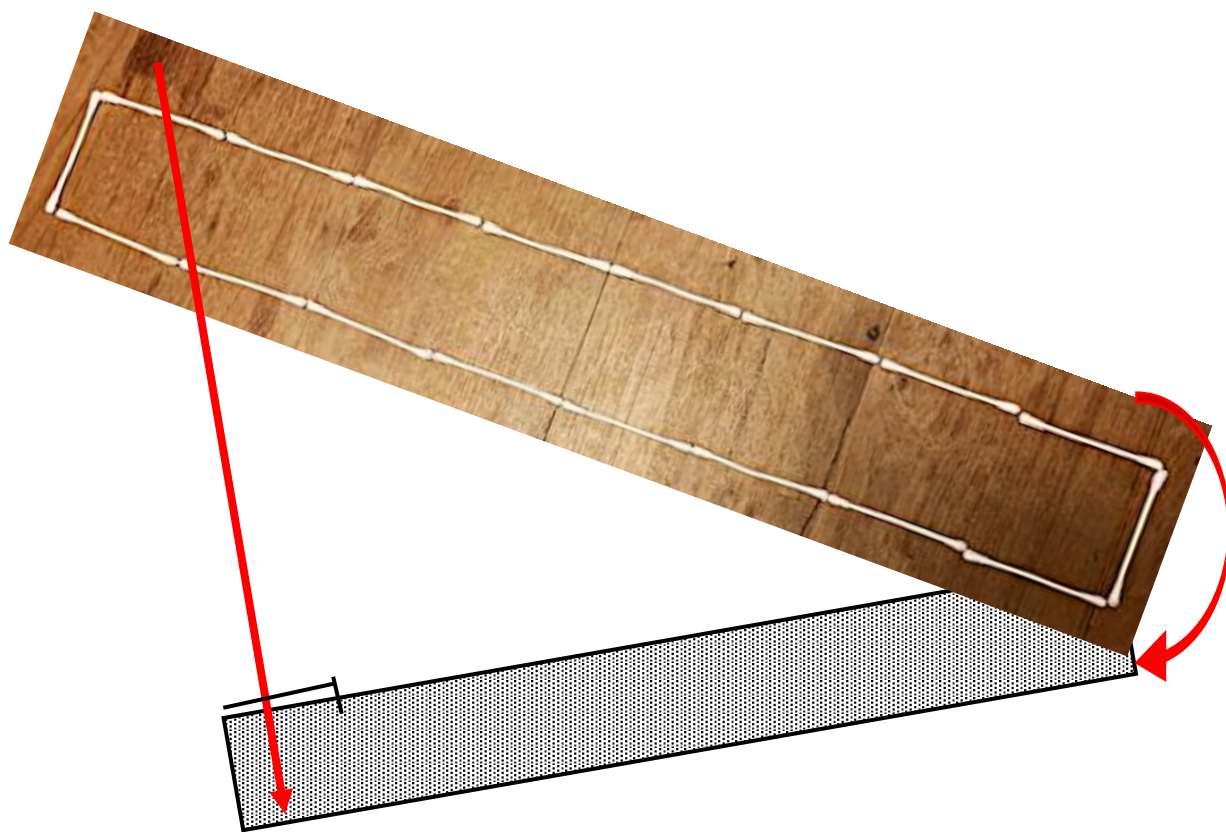
Le pré du fermier au départ.

ANNEXE 1 (POUR DÉFI N°1)



ANNEXE 2 (Pour DÉFI N°3)





A

Papier Pointé 1,5 cm

