

	Dossier de formation
	Mathématiques

CALCUL MENTAL AU CYCLE 3

STRATEGIES D'ENSEIGNEMENT

Comment pratiquer le calcul mental au CM1-CM2 ?

Dossier de formation

Auteurs du dossier :

Nom	Prénom	Fonction	Académie	Département	Courriel
TANOY	Hélène	IA-IPR	Nancy-Metz		helene.tanoh@ac-nancy-metz.fr
DUPREY	Gaëtan	IEN CCPD	Nancy-Metz	Vosges	gaetan.duprey@ac-nancy-metz.fr

Sujet du dossier :

STRATEGIES D'ENSEIGNEMENT

Comment pratiquer le calcul mental au CM1-CM2 ?

Domaine :

Nombres et calculs

Cycle concerné :

Cycle 3

Enseignants concernés :

PE de CM1 et CM2 - Cycle 3

Objectif de la formation :

Aider les enseignants de CM1-CM2 à concevoir des séquences d'apprentissage dans le domaine du calcul mental.

Remarques portant sur l'ensemble du dossier :

Ce dossier présente des ressources pour élaborer une formation en présentiel de 2 x 3 heures et les ressources correspondant à chaque phase de celle-ci.

RESSOURCES POUR LA FORMATION

Ressource	Contenu	Durée
1	<p>Quels sont les enjeux de l'enseignement du calcul ?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Faire émerger les représentations des stagiaires et confronter leurs points de vue sur les enjeux et les fonctions du calcul mental et du calcul en ligne et donc l'intérêt de leur enseignement. - Avoir une bonne compréhension de ce dont il s'agit quand on parle de calcul mental ou de calcul en ligne. 	25 '
2	<p>Qu'est-ce que le calcul en ligne ?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Définir le calcul en ligne par des comparaisons avec le calcul mental, le calcul posé. 	30 '
3	<p>Quelles procédures de calcul mental enseigner ?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Développer les gestes professionnels liés à la conduite de la phase de découverte dans une séance de calcul mental. - Définir des objectifs d'apprentissage précis. - Mettre en cohérence les questions posées et l'objectif visé. 	45 '
4	<p>Comment concevoir les séquences de calcul mental ?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Amener les PE à concevoir l'enseignement du calcul sous la forme de séquences (suite de séances) se déclinant en 4 étapes : <ul style="list-style-type: none"> • Étape de découverte de la procédure visée et institutionnalisation • Étape d'appropriation et de renforcement • Réinvestissement régulier • Évaluations et consolidation 	30 '
5	<p>Quels outils choisir pour conduire une séance ?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lors de la préparation de la séquence, amener les PE à choisir la forme des questions et les outils en fonction de l'objectif visé. 	45 '
6	<p>Conception de séquences</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lors de la préparation de la séquence, amener les PE à choisir la forme des questions et les outils en fonction de l'objectif visé. 	90 '
7	<p>Comment aider les élèves à mémoriser les tables de multiplication ?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Compléter les connaissances des formateurs par des apports didactiques permettant de doter les enseignants d'outils nécessaires à la mémorisation des tables de multiplication. 	30 '
8	<p>Jeux de calcul mental</p> <ul style="list-style-type: none"> - Outiller les enseignants avec jeux de calcul mental à utiliser pour conduire les séances de renforcement ou de réinvestissement. 	60 '

Ressource 1 Quels sont les enjeux de l'enseignement du calcul mental ?

INTENTION

Faire émerger les représentations des stagiaires et confronter leurs points de vue sur les enjeux et les fonctions du calcul mental et du calcul en ligne et donc l'intérêt de leur enseignement. Avoir une bonne compréhension de ce dont il s'agit quand on parle de calcul mental ou de calcul en ligne.

SUPPORTS

- Une image de BD par groupe, plusieurs groupes peuvent avoir la même image
- Un diaporama avec les différentes images pour la phase de mise en commun.



CONTENUS

- **Consigne**

« Chaque groupe doit chercher puis présenter en quoi l'image qu'il a reçue illustre la question des enjeux de l'enseignement du calcul à l'école. »

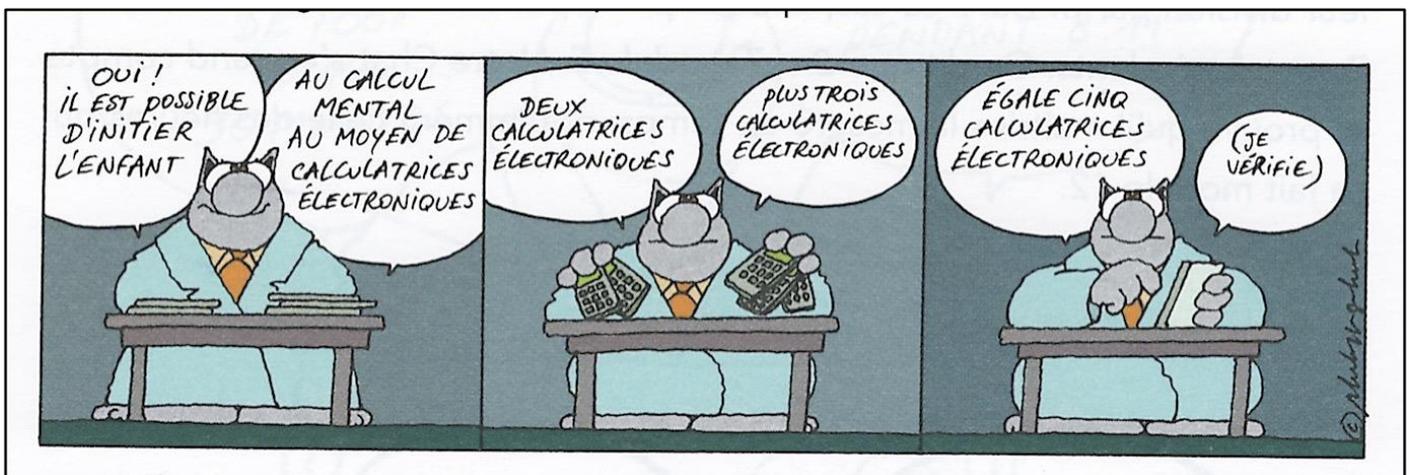
Chaque groupe reçoit une image différente tirée de la célèbre BD de Gelluck et doit chercher puis présenter en quoi cette image illustre la question des enjeux de l'enseignement du calcul à l'école.

Phase 1 (5') : temps de recherche par groupe de 2 à 3 personnes

Phase 2 (20') : synthèse collective

SYNTHESE

- Ce qu'il faut connaître ou automatiser, les techniques et stratégies à apprendre pour effectuer les calculs du Chat.
- Lien de certains dessins avec les 6 compétences des programmes : chercher, raisonner, calculer, représenter, modéliser, communiquer.
- La fonction sociale du calcul : type de calcul utilisé par le Chat (calcul en ligne, calcul mental), calcul mental en cas d'absence de support ou d'instruments (vie courante), le chat utilise aussi le calcul approché (idem pour les chercheurs en maths, les calculs exacts sont effectués en fin de recherche)
- La fonction pédagogique (aide à la compréhension des notions mathématiques) : travail des 6 compétences mathématiques (développement des capacités de raisonnement), connaissance plus approfondie des nombres, première compréhension des propriétés des opérations (utilisation implicite), acquisition ou réinvestissement de nouvelles connaissances, liens avec d'autres domaines des maths (grandeurs et mesures), sens des opérations, aide à la résolution de problèmes de différents types, travail de l'ordre de grandeur, place du calcul instrumenté, ...)



POUR UNE FORMATION À L'INTELLIGENCE DU CALCUL

Le calcul est omniprésent dans les mathématiques, il est une composante essentielle à tous les niveaux, inséparable des raisonnements qui le guident ou que réciproquement il outille. Le calcul mental et le calcul en ligne sont des activités d'excellence dans la construction de l'esprit mathématique car elles font appel à l'intelligence. Ce sont des façons privilégiées de lier calcul et raisonnement, en mettant en jeu les propriétés des nombres et des opérations. Il n'est bien sûr pas question de viser l'apprentissage systématique de techniques *ad hoc* de calcul mental, comme on peut en trouver dans certains manuels d'arithmétique. Il s'agit d'utiliser les caractéristiques du calcul mental :

- pour susciter la réflexion sur le calcul,
- pour mettre en évidence la diversité des façons possibles d'aborder généralement un calcul, comparer leur coût, les connaissances qui les fondent,
- pour susciter des formulations, des généralisations et des preuves.

Aujourd'hui, la place du calcul mental est réaffirmée par les contenus des programmes de l'école primaire et ses vertus sont vantées par les chercheurs en éducation. Une recherche (D. Butlen et M Pézard) sur les effets d'une pratique régulière du calcul mental sur les performances des élèves de CM2 en résolution de problèmes montre que le sens des opérations et la maîtrise des techniques opératoires se construisent dialectiquement.

Les évaluations internationales comparant les différents systèmes scolaires de l'OCDE vont dans le même sens, insistant sur l'accès à l'autonomie qu'une pratique raisonnée du calcul mental autorise, libérant ainsi l'esprit pour qu'il se concentre sur la stratégie de recherche et la résolution des problèmes. Le calcul contribuant aussi à la représentation des problèmes, il s'agit de développer simultanément chez les élèves des aptitudes de calcul et de résolution de problèmes arithmétiques (le travail sur la technique et sur le sens devant se nourrir l'un l'autre).

Le calcul mental vise également à établir et renforcer des représentations numériques et la structuration de l'ensemble des nombres. C'est en cela qu'il contribue à une meilleure compréhension des opérations numériques et de leurs propriétés principales, toutes connaissances nécessaires en particulier à l'amélioration du calcul écrit ou instrumenté.

L'enjeu actuel de l'enseignement du calcul consiste à faire émerger l'intelligence qui est souvent à l'œuvre dans les activités de calcul même si elle reste invisible dans les traces ostensives de ce dernier, et poser la question des moyens de cette intelligence et des conditions de son développement au sein de l'institution scolaire.



INTENTION

Définir le calcul en ligne par des comparaisons avec le calcul mental, le calcul posé.

SUPPORT

- Le QCM

CONTENUS

- **Rappel des 4 modalités de calcul présentes dans les programmes.**

- **Consigne**

« Dans chaque cas, dire à quelles modalités de calcul correspondent les affirmations et les traces écrites proposées. Plusieurs réponses sont parfois possibles. »

Phase 1 (10') : temps de recherche individuelle

Phase 2 (20') : synthèse collective

SYNTHESE

⇒ **Faire ressortir l'idée que le calcul en ligne est envisagé comme un calcul mental avec support écrit, pour soulager la mémoire de travail.**

« En **calcul en ligne**, les étapes écrites utiles pour l'élève peuvent, dans un premier temps, se présenter sous différentes formes : **calculs séparés, arbres de calcul, écritures utilisant des mots ou des flèches, ou tout autre écrit qui accompagne la démarche de l'élève** ; progressivement, en fin de cycle 3, ces étapes s'organisent pour devenir un **calcul écrit en ligne**. »

Dans chaque cas, dire à quelles modalités de calcul correspondent les affirmations et les travaux d'élèves. Plusieurs réponses sont parfois possibles.

Calcul		
mental	en ligne	posé

Affirmations			
1- Il repose sur une technique, un algorithme, c'est-à-dire d'une succession d'étapes utilisées tout le temps dans le même ordre et de la même manière indépendamment des nombres en jeu.			
2- L'énoncé est donné par le professeur à l'oral ou à l'écrit ; le résultat est donné par l'élève à l'écrit.			
3- C'est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit.			
4- C'est une modalité de calcul sans recours à l'écrit si ce n'est, éventuellement, pour l'énoncé proposé par l'enseignant et la réponse fournie par l'élève. Il n'est pas exclu non plus que la correction, elle, soit écrite pour être discutée de façon collective.			
5- Il donne la possibilité à chaque élève, s'il en ressent le besoin, d'écrire des étapes de calcul intermédiaires qui seraient trop lourdes à garder en mémoire.			
6- Il permet à l'élève d'utiliser la richesse de ses connaissances sur le nombre et sur les propriétés des opérations. L'élève est ainsi amené à « faire parler » les nombres, c'est à dire à envisager diverses écritures, des décompositions additives, multiplicatives ou utilisant les unités de numération.			
Travaux d'élèves			
<p>7- Travail dans le cahier d'essais (exercice du manuel de l'élève) Chercher le quotient et le reste de la division euclidienne de 471 par 12 Un élève écrit : $471 = 360 + 111 = 3 \times 12 \times 10 + 60 + 48 + 3 = 12 \times 30 + 12 \times 5 + 12 \times 4 + 3 = 12 \times 39 + 3$ Quotient : 39 reste : 3</p>			
<p>8- Travail sur l'ardoise (questions orales de l'enseignant posées une à une) $4 \times 6 = ?$ 4×70 4×19 4×31 4×25 4×106 4×308 4×2103</p>			
<p>9- Travail sur une feuille de recherche (Question au tableau) Calcule 410×23</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p style="text-align: center;">$410 \times 23 = 9430$</p> <p style="text-align: center;">$410 \times 20 = 8200$</p> <p style="text-align: center;">$30 + 1200$</p> <p style="text-align: center;">$8200 + 1200 = 9400$</p> <p style="text-align: center;">$9400 + 30 = 9430$</p> </div>			
<p>10- Travail dans le cahier du jour (exercice du manuel de l'élève) Calcule 293×18 Un élève écrit : $293 \times 18 = 293 \times 20 - 293 \times 2 = 5860 - 586 = 5874 - 600 = 5274$</p>			
<p>11- Travail sur une feuille (question au tableau) Calculer la mesure de l'aire en cm^2 d'un rectangle de longueur 15,4 cm et de largeur 7 cm. Un élève écrit : $L \times l = 7 \text{ cm} \times 15,4 \text{ cm} = 7 \times 15,4 \text{ cm}^2 = 7 \times 15 + 7 \times 0,4 = 105 + 5 \times 0,4 + 2 \times 0,4 = 105 + 10 \times 0,2 + 0,8 = 105 + 2 + 0,8 = 107,8 \text{ cm}^2$</p>			

INTENTION

- Développer les gestes professionnels liés à la conduite de la phase de découverte dans une séance de calcul mental.

SUPPORTS

- Le document « Multiplier par 25 »
- Le document *Propriétés des opérations*

CONTENUS

- **Explicitation du but de l'activité**

Essayer de répondre à la question suivante : « Comment gérer les différentes procédures obtenues au cours de la phase de découverte d'une séance de calcul mental ? Comment faire comprendre aux élèves que les procédures ne se valent pas toutes et qu'il va falloir en privilégier certaines ? »

- **Consignes**

1- « Analyser les productions suivantes au regard des acquis et des erreurs des élèves. Quelle(s) procédure(s) privilégier ? »

2- « Quelles questions pourriez-vous poser aux élèves pour leur faire adopter la ou les nouvelles procédures que vous cherchez à faire acquérir ? »

3- « Comment amener les élèves à comprendre la ou les procédures visées ? Quels outils ou quelles représentations utiliser ? »

- **Organisation**

Former des groupes de 3-4 personnes.

⇒ Phase 1 (5') : temps de recherche individuelle

⇒ Phase 2 (10') : mise en commun dans chaque groupe, analyse et élaboration d'une affichette.

⇒ Phase 3 (30') : synthèse collective

SYNTHÈSE

- **La construction de « procédures personnelles » est la combinaison :**

- de procédures apprises (des automatismes),
- d'une mémoire réactive des faits numériques (connaissances immédiatement disponibles, temps de mémorisation des faits numériques à mettre en place, affichages spécifiques)
- d'une habileté à utiliser une décomposition pertinente des nombres,
- de la capacité à s'adapter aux nombres en présence (l'initiative).

- **Dans un deuxième temps, quand les procédures visées seront acquises, l'objectif sera de rendre les élèves capables de choisir une procédure parmi celles qu'il a apprises celle qui est la plus adaptée aux singularités des nombres en présence.**

- **Importance de la préparation** de la séance : questions posées par rapport à l'objectif visé. Exemple : demander oralement de calculer « 15 fois 16 » ou « 16 fois 15 » ne déclenchent pas les mêmes procédures chez les élèves. Nécessité d'anticiper les calculs et les procédures possibles pour conduire une séance.
- **Gestion du temps** : montrer l'importance d'accorder du temps aux élèves pour chercher (phase de découverte d'une procédure).
- **Différenciation** : par les procédures, possibilité d'écrire ses calculs, temps imparti suffisant, rappel de certains faits numériques.
- **Propriétés des opérations** : effectuer un petit rappel des propriétés des opérations
- **Le statut du signe =** : rappel des codes de l'écriture mathématique (exemple du document ressources calcul en ligne cycle 3 page 7). Pas de contraintes fortes sur la trace écrite au risque de transformer cela en exercice écrit et de ne pas habituer les élèves à traiter les calculs mentalement. Par contre, l'écrit de l'enseignant au tableau ne doit pas être faux.
- **Utilisation des parenthèses** : *points de vigilance (document ressources calcul en ligne cycle 3 page 8).*
- **Textes de savoir** : *importance des traces écrites individuelles et collectives. Affichage collectif et cahier-mémoire*

MULTIPLIER PAR 25

1- « Analyser les productions suivantes au regard des acquis et des erreurs des élèves. Quelle(s) procédure(s) privilégier ? »

2- « Quelles questions pourriez-vous poser aux élèves pour leur faire adopter la ou les nouvelles procédures que vous cherchez à faire acquérir ? »

3- « Comment amener les élèves à comprendre la ou les procédures visées ? Quels outils ou quelles représentations utiliser ? »

Production A

$4 \times 25 = 100$

$8 \times 25 = 200$

$24 \times 25 = 420$

$32 \times 25 = 670$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

Pour 4×25 j'ai fait 4×20 et après 4×5
 Pour 8×25 j'ai fait $4 \times 25 \times 2$
 Pour 24×25 j'ai fait 20×20 puis 4×5
 Pour 32×25 j'ai fait 30×20 et 2×5

Production B

$4 \times 25 = 100$

$8 \times 25 = 200$

$24 \times 25 = 885$

$32 \times 25 = 800$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

$$10 \times 25 = 250 + 250 + 250 = 750 + 50 = 800$$

Production C

$4 \times 25 = 60$

$8 \times 25 = 120$

$24 \times 25 = 1200$

$32 \times 25 = 480$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

J'ai multiplié par 4 le résultat de 8×25 .

Production D

$4 \times 25 = 100$

$8 \times 25 = 200$

$24 \times 25 = 600$

$32 \times 25 = 800$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

$$8 \times 25 = 200 \times 2 = 16 \times 25 = 400 \times 2 = 25 \times 32 = 800$$

Production E

$4 \times 25 =$

$$\begin{array}{l} 4 \times 5 = 20 \\ 2 \times 4 = 8 \\ \underline{20+8} \\ = 28 \end{array}$$

$8 \times 25 =$

$$\begin{array}{l} 8 \times 5 = 40 \\ 8 \times 2 = 16 \\ \underline{40+16} \\ = 56 \end{array}$$

$24 \times 25 =$

$$\begin{array}{l} 5 \times 4 = 20 \\ 5 \times 2 = 10 \\ \underline{2 \times 4 = 8} \\ \underline{2 \times 2 = 4} \\ 20 + 10 = 30 + 8 = 38 \\ + 4 = 42 \end{array}$$

$32 \times 25 =$

$$\begin{array}{l} 2 \times 5 = 10 \\ 5 \times 3 = 15 \\ \underline{2 \times 2 = 4} \\ 2 \times 3 = 6 \\ 5 \times 3 = 15 + 22 = 4 + 2 \times 3 = 6 \\ = 35 \text{ ma dans ma tête} \end{array}$$

$10 + 15 = 25$
 $6 + 4 = 10$
 $25 + 10 = 35$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

Production F

$4 \times 25 = 100$

$8 \times 25 = 200$

$24 \times 25 = 2420$

$32 \times 25 = 640$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

J'ai fais $3 \times 20 = 60$ je rajoute un zéro car c'est des dizaines et $2 \times 5 = 10$ et $60 +$

Production G

$4 \times 25 = 100$

$8 \times 25 = 200$

$24 \times 25 = 600$

$32 \times 25 = 800$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

J'ai fais le résultat de $8 \times 25 +$ le résultat de $24 \times 25 = 800$

Production H

$4 \times 25 = 820$

$8 \times 25 = 1640$

$24 \times 25 = 410820$

$32 \times 25 = 615410$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

J'ai mis le plus petit chiffre en bas et j'arrive à calculer

Production I

$4 \times 25 =$

$8 \times 25 =$

$24 \times 25 =$

$32 \times 25 =$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

J'ai fais $5 \times 3 = 15$
puis $2 \times 2 = 4 + 1 = 5$

$$32 \times 25 = 55$$

Pour 32×25 :

$(30 \times 25) + (2 \times 25)$ ou $(32 \times 20) + (32 \times 5)$, ces deux procédures sont coûteuses pour la mémoire, mais conviendraient tout à fait pour un calcul du type 31×23 ; en revanche, la présence de 25 comme facteur, contrairement à 31×23 diriger un élève vers une procédure du type $25 \times (4 \times 8)$ ou $32 \times (100 : 4)$, selon la disponibilité de $32 = 4 \times 8$.

On peut supposer que la donnée à l'oral du calcul est une variable importante de l'activité potentielle des élèves, car le calcul proposé comme 32 fois 25 ou 25 fois 32 peut entraîner des procédures différentes selon les élèves. Le travail d'estimation d'un ordre de grandeur du résultat peut se manifester selon différents degrés : 32×25 est « proche » de $30 \times 20 = 600$, mais $32 \times 25 = 800$ pourra lui-même ensuite servir d'ordre de grandeur pour un calcul du type $32,15 \times 24,6$. N'oublions pas enfin le bénéfice potentiel de ce travail pour un élève lors d'un calcul posé ou instrumenté, que ce soit pour la détermination du contrôle.

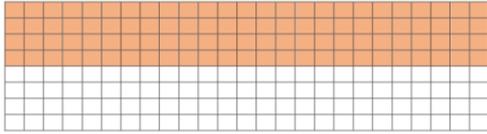
Le calcul ci-dessus peut être décliné et adapté aux nombre décimaux : $32 \times 2,5$; $3,2 \times 25$; $3,2 \times 2,5$; $32 \times 0,25$ sont autant de calculs qui font intervenir ou développent le sens des nombres.

Diaporama : Utiliser des registres variés pour aider les élèves à comprendre et mémoriser les procédures visées

8×25

25
25
25
25
25
25
25
25

8×25 (8 fois 25), c'est 2 fois 200



8×25 (8 fois 25)
c'est 2 fois 200

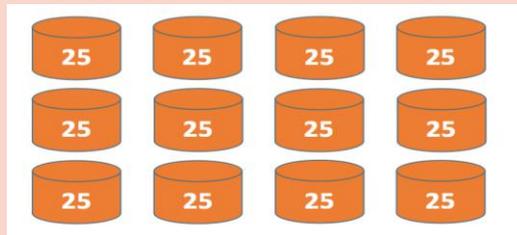
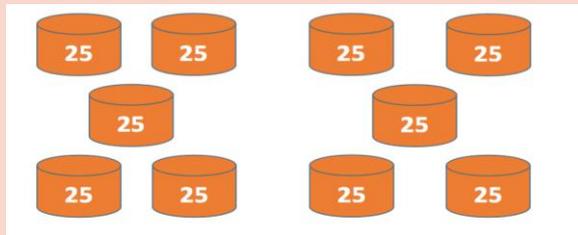
25×12

Procédure fondée sur la distributivité de la multiplication sur l'addition	Procédure fondée sur l'associativité de la multiplication
$25 \times 12 = 25 \times (10 + 2) = (25 \times 10) + (25 \times 2)$	$25 \times 12 = 25 \times (4 \times 3) = (25 \times 4) \times 3$

Procédure fondée sur la distributivité de la multiplication sur l'addition

Procédure fondée sur l'associativité de la multiplication

Registres figurés



12 boîtes de 25 bonbons décomposées en

10 boîtes de 25 bonbons et 2 boîtes de 25 bonbons

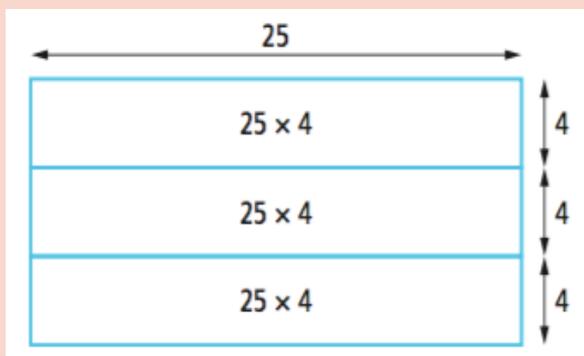
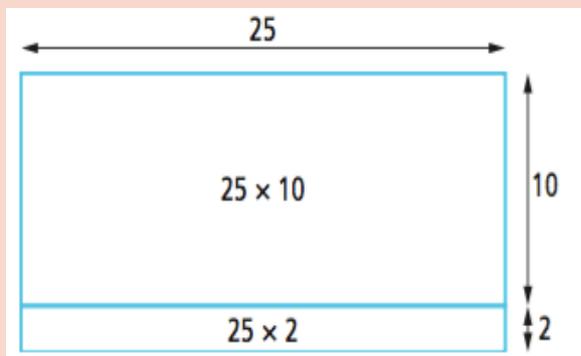
12 boîtes de 25 bonbons décomposées en

3 groupes de 4 boîtes de 25 bonbons ou
4 groupes de 3 boîtes de 25 bonbons

Procédure fondée sur la distributivité de la multiplication sur l'addition

Procédure fondée sur l'associativité de la multiplication

Registres des quadrillages



Procédure fondée sur la distributivité de la multiplication sur l'addition

Procédure fondée sur l'associativité de la multiplication

Registres verbaux

12 fois 25
c'est 10 fois 25 plus 2 fois 25

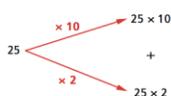
12 fois 25, c'est 3 fois 4 fois 25 »

Procédure fondée sur la distributivité de la multiplication sur l'addition

Procédure fondée sur l'associativité de la multiplication

Registres symboliques

Arbres de calcul



Calculs en ligne

$$25 \times 12 = 25 \times (10 + 2) = (25 \times 10) + (25 \times 2)$$



Calculs en ligne

$$25 \times 12 = 25 \times (4 \times 3) = (25 \times 4) \times 3$$

Le calcul (en ligne participe à la compréhension progressive des propriétés des opérations en favorisant leur utilisation.

△ Attention !

Il est attendu des élèves qu'ils manipulent ces propriétés en situation et qu'ils les explicitent avec leurs mots ; les dénominations données ci-dessous ne sont pas des objectifs d'apprentissage pour les élèves.

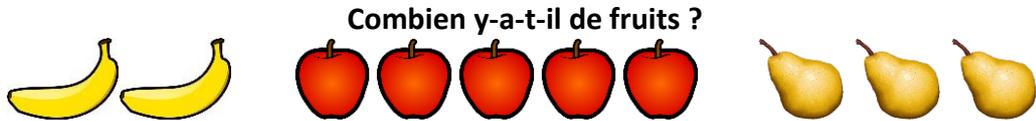
• COMMUTATIVITÉ DE L'ADDITION ET DE LA MULTIPLICATION

$$5 + 7 = 7 + 5$$

$$3 \times 8 = 8 \times 3$$

Un élève peut dire, par exemple : « dans une addition ou une multiplication, on peut changer l'ordre des termes ». Il faut noter la moindre intuitivité de la commutativité de la multiplication (fondée sur le constat de l'égalité des résultats plus que sur l'intuition de l'égalité des quantités)

• ASSOCIATIVITÉ DE L'ADDITION ET DE LA MULTIPLICATION



⇒ On peut commencer par ajouter 2 bananes et 5 pommes puis ajouter 3 poires ou effectuer le calcul dans un ordre différent

$$(2 + 5) + 3 = 2 + (5 + 3)$$

$$7 + 3 = 2 + 8$$

$$24 \times 5 = 12 \times 10 \text{ car } (12 \times 2) \times 5 = 12 \times (2 \times 5)$$

Un élève peut dire, par exemple : « dans une addition ou une multiplication, on peut regrouper les termes comme on veut ».

• DISTRIBUTIVITÉ DE LA MULTIPLICATION SUR L'ADDITION ET LA SOUSTRACTION

$$8 \times 13 = 8 \times (10 + 3) = (8 \times 10) + (8 \times 3) = 80 + 24 = 104$$

$$8 \times 13 = (10 - 2) \times 13 = (10 \times 13) - (2 \times 13) = 130 - 26 = 104$$

Un élève peut dire, par exemple : « quand on multiplie une somme de deux nombres, cela revient à multiplier chacun des termes ».

• DISTRIBUTIVITÉ DE LA DIVISION SUR L'ADDITION ET LA SOUSTRACTION

$$520 : 4 = ?$$

Pour donner du sens à ce calcul, il est préférable de s'appuyer sur des grandeurs

520 euros à partager en 4.

« Je partage 400 euros en 4, cela fait 100 euros chacun, puis 120 euros en 4, cela fait 30 euros. »

« On a donc 100 plus 30, c'est-à-dire 130 euros par personne. »

Ce qui s'écrit : $520 : 4 = (400 + 120) : 4 = (400 : 4) + (120 : 4) = 100 + 30 = 130$

Les traces écrites utilisées par les élèves doivent s'appuyer sur le sens.

Ressource 4 Comment concevoir les séquences de calcul mental ?

INTENTION

- Amener les PE à concevoir l'enseignement du calcul sous la forme de séquences (suite de séances) se déclinant en 4 étapes :

- Étape de découverte de la procédure visée et institutionnalisation
- Étape d'appropriation et de renforcement
- Réinvestissement régulier
- Évaluations et consolidation

SUPPORT

- Un diaporama présentant les 4 étapes de la démarche de façon générale puis avec un exemple.

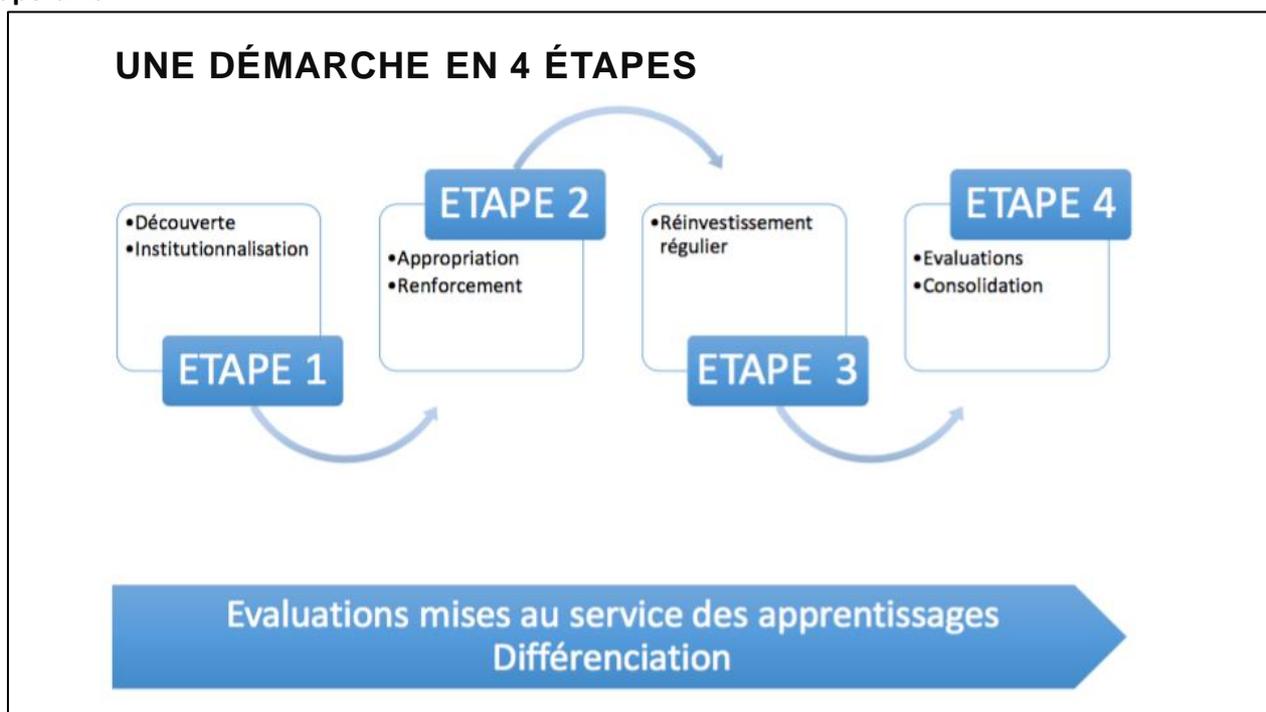
CONTENUS

Apports du formateur

Présentation de la démarche proposée dans le document ressource « Le calcul en ligne au cycle 3 ».

- ⇒ Préciser certains termes : explicitation/explication, appropriation /entraînement/ réinvestissement
- ⇒ Donner des exemples de situations de départ pour l'étape de découverte
- ⇒ Préciser l'objectif de chaque étape

Le diaporama



ÉTAPE 1

- Situation de départ
- Recherche
- Mise en commun
- Institutionnalisation

Dans cette étape, la rapidité d'exécution des calculs n'est nullement l'objectif.

ÉTAPE 1

- Situation de départ
- Recherche

Un problème arithmétique simple et des contraintes

**Un ballon de basket coûte 34 €.
Combien paiera une école qui en achète 9 ?**

- Contraintes : pas d'écrit possible et pas de calculatrice

Variante :

- 1^{er} temps : l'énoncé est lu deux fois avec prise de notes possible
- 2^{ème} temps : les élèves résolvent mentalement le problème
- 3^{ème} temps : les élèves écrivent le résultat

ETAPE 1

Situation de départ

Recherche

□ Un calcul avec contraintes

$34 \times 9 =$

- Contraintes : temps limité, pas de calcul posé
- Travail sur l'ardoise.
- Possibilité d'écrire les calculs intermédiaires

ETAPE 1

Situation de départ

Recherche

□ Plusieurs calculs avec des contraintes

$24 \times 9 ; 38 \times 9 ; 25 \times 9 ; 10 \times 9 ; 50 \times 9 ;$
 $200 \times 9 ; 4 \times 9 ; 43 \times 9 ; 36 \times 9$

- Contraintes : temps limité, pas de calcul posé
- Travail dans le cahier.
- Possibilité d'écrire les calculs intermédiaires

ETAPE 1

Situation de départ

Recherche

□ Plusieurs calculs avec une contrainte

12×9 36×9 60×9 1002×9 222×9

- Contrainte : pour chaque calcul, utiliser la calculatrice pour trouver le résultat, mais sans utiliser la touche [x].

ETAPE 1

Situation de départ

Recherche

□ Une question

« Dans votre cahier de recherche, expliquez comment vous calculez: « 9×34 » sans poser l'opération. »

ETAPE 1

Mise en commun

- **Mutualisation** des réponses et des différentes procédures.
- **Explicitations** orales par les élèves qui donnent à voir leurs démarches (qu'elles soient correctes ou erronées) en présentant leurs écrits.
- **Validation** des réponses après un échange d'arguments
- **Emergence** des erreurs. Recherche de leurs causes
- **Trace écrite** : au tableau, affichage collectif, cahier de l'élève

ETAPE 1

Mise en commun

- **L'enseignant traduit oralement et par écrit ce que dit l'élève**
- verbalisation
- appui sur des représentations dans différents registres (schéma, demi-droite graduée, arbres de calculs...)
- utilisation des écritures symboliques
- Exemples
 - en **langage ordinaire** : 9 fois 34, c'est 10 fois 34 et il faut enlever 1 fois 64 ;
 - puis en **langage mathématique** : $34 \times 9 = (34 \times 10) - (34 \times 1)$

ETAPE 1

Institutionnalisation

- Comparer les procédures en termes d'efficacité et de coût, les hiérarchiser.
 - Faire émerger une **procédure** (ou de plusieurs procédures) et son **domaine d'efficacité**.
 - Le but est de rendre l'élève capable de **s'adapter** et de **choisir** la procédure adaptée.
- Exemple
il se peut qu'une autre procédure soit préférable pour certains calculs particuliers $40 \times 9 = ? \rightarrow 4 \times 9 \times 10$ et non $40 \times (10 - 1)$ comme dans la règle souvent appliquée quand on multiplie par 9
- Déterminer **ce qu'il faut retenir** + **trace écrite** dans le cahier

ETAPE 2

Appropriation et entraînement

- De **façon massée** sur une procédure
- **1 à 4 séances courtes** (15 minutes) et **quotidiennes**
- Reformulations et explicitations des procédures par les élèves en donnant des exemples, jeu du vrai-faux, arbres à calculs à compléter, ...
- **Exercices** nombreux, variés et différenciés

ÉTAPE 3

Réinvestissement régulier

- **De façon filée** tout au long de l'année sur une variété de procédures
- **Situations de rappel** lors de séances portant sur un autre objectif , exemple : pour mémoriser les tables de multiplication : $7 \times 9 = (7 \times 10) - 7, \dots$
- **Résolution de problèmes** simples relevant du calcul mental.
- **Dans le cadre de jeux de calcul mental**

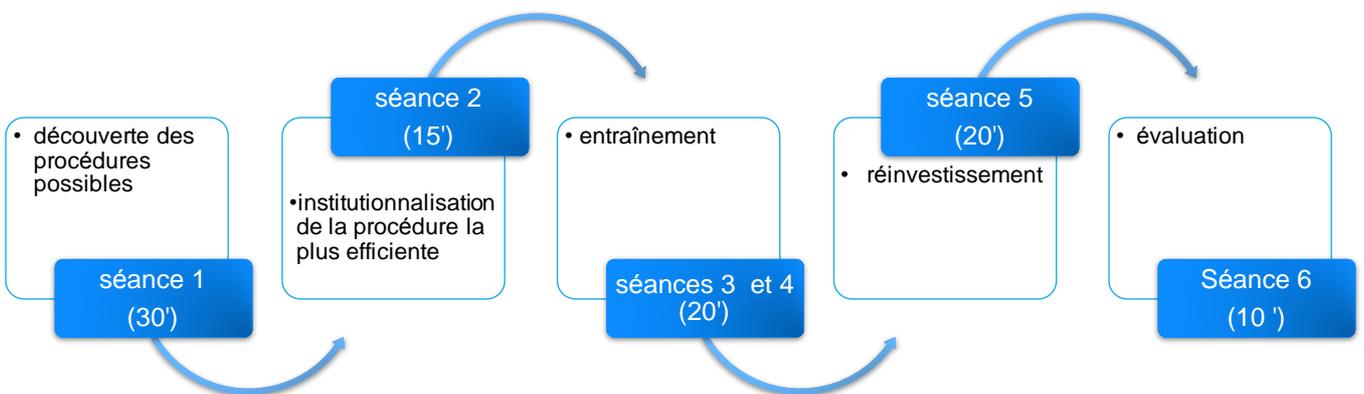
ÉTAPE 4

Évaluation

- **Autoévaluation** et constat des **progrès**.
- **Évaluation différenciée**.

Organisation de la séquence

Multiplier par 9



Ressource 5 Quels outils choisir pour conduire une séance ?

INTENTION

- Lors de la préparation de la séquence, amener les PE à choisir la forme des questions et les outils en fonction de l'objectif visé.

SUPPORTS

- Pour chaque groupe, le document intitulé « Choisir la forme des questions et les outils en fonction de l'objectif visé » reproduit sur des feuilles de format A3 .

CONTENUS

- **Expliquer le but de l'activité** : réfléchir au choix des outils , quelles sont les différences entre les différents outils et les conséquences de ces choix sur les apprentissages des élèves ?

- **Consigne**

« Chaque groupe doit comparer les outils utilisés ou la forme de questions utilisées au cours d'une séance de calcul mental. »

- **Exemple :**

<input type="checkbox"/> POSER LES QUESTIONS ORALEMENT	<input type="checkbox"/> POSER LES QUESTIONS PAR ÉCRIT
◆ Intérêts	◆ Intérêts
◆ Limites	◆ Limites
⇒ Pertinence pour l'étape de : <input type="checkbox"/> Découverte <input type="checkbox"/> Entraînement <input type="checkbox"/> Réinvestissement <input type="checkbox"/> Évaluation	⇒ Pertinence pour l'étape de : <input type="checkbox"/> Découverte <input type="checkbox"/> Entraînement <input type="checkbox"/> Réinvestissement <input type="checkbox"/> Évaluation

DOCUMENT POUR LES STAGIAIRES

PREPARER UNE SEQUENCE DE CALCUL MENTAL

Groupe 1 : **A et B** Groupe 2 : **B et C** Groupe 3 : **C et D** Groupe 4 : **D et E** Groupe 5 : **E et F** Groupe 6 : **A et F**

Chercher les différences entre :

A	Poser les questions oralement	Poser les questions par écrit
B	Poser les questions une à une	Poser les questions toutes en même temps
C	Poser les questions sous la forme de calculs	Poser les questions sous la forme de petits problèmes
D	Poser des questions avec un temps limité	Poser des questions sans contrainte de temps
E	Proposer la correction à l'oral	Utiliser des calculs en ligne au cours de la correction
F	Demander les réponses sur l'ardoise	Demander les réponses sur une feuille ou dans un cahier

Exemple :

<input type="checkbox"/> DEMANDER LES REPONSES SUR L'ARDOISE	<input type="checkbox"/> DEMANDER LES REPONSES SUR UNE FEUILLE OU DANS UN CAHIER
◆ Intérêts	◆ Intérêts
◆ Limites	◆ Limites

⇒ Pertinence pour l'étape de :

- Découverte
- Entraînement
- Réinvestissement
- Évaluation

⇒ Pertinence pour l'étape de :

- Découverte
- Entraînement
- Réinvestissement
- Évaluation

DOCUMENT POUR LE FORMATEUR

PREPARER UNE SEQUENCE DE CALCUL MENTAL

Choisir la forme des questions et les outils en fonction de l'objectif visé

<input type="checkbox"/> POSER LES QUESTIONS ORALEMENT	<input type="checkbox"/> POSER LES QUESTIONS PAR ÉCRIT
<p>◆ Intérêts</p> <ul style="list-style-type: none">- développe la gestion mentale des calculs, l'agilité numérique mentale des élèves, une « gymnastique intellectuelle » plus complexe, les habiletés calculatoires- utilisation de diverses représentations des nombres, ex : pour 25×12, un élève de CM2 voit « 25 paquets de 12 points » dans sa tête, un autre voit une puce qui saute sur la demi-droite graduée, d'autres voient des écritures chiffrées en ligne ou en colonnes, plusieurs élèves évoquent un premier ordre de grandeur du résultat (« cela fait beaucoup plus que 150 »)- utilisation des nombres du point de vue de la numération orale permet de découvrir d'autres procédures car d'autres décompositions des nombres sont mises en valeur : calculer $92 + 15$ fait intervenir le « quatre », le « vingt » et le « douze » de 92 tandis qu'à l'écrit on traite 9d et 2u.- traduction orale des signes écrits : 4×25 devient « 4 fois 25 », moins abstrait pour certains élèves- développe les capacités d'attention et de mémorisation.- pour certains élèves la mémorisation fonctionne essentiellement sur un format verbal.- entraîne aux traitements mentaux à effectuer lors d'un calcul posé : mise en mémoire de résultats intermédiaires (soustractions intermédiaires de la division), ...	<p>◆ Intérêts</p> <ul style="list-style-type: none">- allège la mobilisation de la mémoire de travail- permet de découvrir d'autres procédures liées à la compréhension du fonctionnement de la numération écrite : décompositions des nombres exemple : pour 25×12, un élève de CM2 voit plus facilement la décomposition de 12 en 4×3 et peut ensuite calculer $25 \times 4 \times 3$ dans sa tête- la consigne reste visible, moins stressant pour les élèves- différenciation plus facile à mettre en place en jouant sur différents paramètres : nombre de calculs à effectuer, niveau de difficulté, , aides proposées.- permet de se concentrer sur la recherche de procédures nouvelles, facilite et développe le calcul raisonné- différenciation : la mémorisation fonctionne essentiellement sur un format visuel pour certains élèves.- travail en autonomie possible- autoévaluation plus facile (jeu du recto-verso par ex)- traces écrites : l'élève garde une trace de ce qu'il a appris- gestion des classes à cours multiples plus facile
<p>◆ Limites</p> <ul style="list-style-type: none">- la consigne doit être mémorisée ce qui mobilise une partie de la mémoire de travail : risques de saturation et d'erreurs de calcul- diminue la « disponibilité » des élèves pour la recherche de nouvelles procédures- différenciation plus difficile à mettre en œuvre- plus stressant pour les élèves- gestion des classes à cours multiples- traces écrites : uniquement les réponses, pas de trace explicite de ce que l'élève a appris	<p>◆ Limites</p> <ul style="list-style-type: none">- risque d'inciter l'élève à poser l'opération dans sa tête- agilité numérique moins développée qu'avec des questions à l'oral (donc moins motivant)- capacités de mémoire et d'attention moins travaillées- « 4×25 » plus abstrait que « 4 fois 25 »

<p>- ordre des mots dans le calcul modifie la procédure utilisée, par exemple, « 32 fois 25 » et « 25 fois 32 »</p>	
---	--

<input type="checkbox"/> POSER LES QUESTIONS UNE À UNE	<input type="checkbox"/> POSER TOUTES LES QUESTIONS EN MÊME TEMPS
<p>◆ Intérêts</p> <ul style="list-style-type: none"> - évaluation immédiate - retour immédiat sur les erreurs et leurs causes - gestion de la durée de la séance plus facile - développe les capacités d'attention - développe l'automatisation 	<p>◆ Intérêts</p> <ul style="list-style-type: none"> - chaque élève peut travailler à son rythme, choisir une organisation de son travail - situation moins stressante - rend plus explicite l'objectif de la séance, permet de mieux percevoir le lien entre les différents calculs proposés - permet de percevoir plus facilement les relations entre les nombres utilisés dans les calculs - prise d'appui sur les résultats précédents - gestion des classes à cours multiples
<p>◆ Limites</p> <ul style="list-style-type: none"> - situation plus stressante pour les élèves - différenciation pédagogique plus difficile - l'élève n'a pas une vision d'ensemble des différents calculs proposés dans la série, ce qui rend moins explicite l'objectif de la séance, - l'élève prend plus difficilement appui sur les résultats des calculs précédents 	<p>◆ Limites</p> <ul style="list-style-type: none"> - moins d'interactions avec l'enseignant et les autres élèves, il faut attendre la fin de l'exercice pour avoir un éclairage sur les procédures à utiliser - pas de retour immédiat sur les causes des erreurs - gestion de la durée de l'exercice plus difficile pour l'enseignant - motive moins à l'apprentissage de réflexes (calcul automatisé) car pas de nécessité de répondre rapidement

<input type="checkbox"/> DEMANDER LES RÉPONSES SUR L'ARDOISE	<input type="checkbox"/> DEMANDER LES RÉPONSES SUR UNE FEUILLE
<p>◆ Intérêts</p> <ul style="list-style-type: none"> - évaluation et gestion des erreurs immédiates - rapidité d'exécution si procédé Lamartinière - taux d'activité des élèves plus important dans un temps limité - plus d'interactions entre les élèves - gestion plus aisée du rythme de la séance : durée allouée à chaque calcul - permet de varier les modes et forme de travail - focalise l'attention des élèves 	<p>◆ Intérêts</p> <ul style="list-style-type: none"> - moins stressant pour les élèves car pas de regard des autres élèves sur leur travail - développe le calcul en ligne si cadre de recherche à cet effet - l'élève peut revenir sur ses réponses - démarche de l'élève plus visible - valorisation individualisée des progrès de l'élève - l'élève garde une trace des travaux effectués qui deviennent une référence, - l'élève peut s'évaluer et constater des progrès au cours de la séquence, de la période et de l'année

<p>◆ Limites</p> <ul style="list-style-type: none"> - pas de traces du travail effectué dans les cahiers - souvent les élèves et l'enseignant restent focaliser sur le résultat de l'opération. Exemple : pour $4 \times 25 = ?$, l'enseignant donne uniquement le résultat « cela fait 100 » alors qu'il devrait donner l'ensemble du calcul « 4×25 égal 100 » 	<p>◆ Limites</p> <ul style="list-style-type: none"> - évaluation et gestion des erreurs de chaque élève différée - taux d'activité moins important que sur l'ardoise - moins d'interactions avec les autres élèves - moins de rythme donné à la séance de mathématiques car moins de variation des modes de travail
---	--

<p align="center">POSER LES QUESTIONS SOUS LA FORME DE CALCULS</p>	<p align="center">POSER LES QUESTIONS SOUS LA FORME DE PETITS PROBLEMES</p>
<p>◆ Intérêts</p> <ul style="list-style-type: none"> - fait émerger l'intelligence qui est souvent à l'œuvre dans les activités de calcul - contribue à développer des connaissances sur les nombres et les opérations (propriétés) - propose une tâche moins complexe que la résolution de problème - améliore les habiletés calculatoires des élèves, - favorise une « prise de sens » et contribue ainsi à accélérer le processus d'automatisation de la reconnaissance des opérations. 	<p>◆ Intérêts</p> <ul style="list-style-type: none"> - évocation d'un champ de la réalité - lien avec les usages du calcul mental dans la vie courante - sens des opérations et entraînement au calcul mental sont alors travaillés simultanément. - aide les élèves à progresser dans la maîtrise du « sens des opérations ». - les calculs à effectuer ne sont pas explicitement donnés. - plus complexe
<p>◆ Limites</p> <ul style="list-style-type: none"> - réinvestissement et transfert en situation de résolution de problèmes 	<p>◆ Limites</p> <ul style="list-style-type: none"> - veiller à proposer des problèmes qui ne sont pas « nouveaux » où l'élève dispose déjà des connaissances nécessaires à la résolution

INTENTION

- Lors de la préparation de la séquence, amener les PE à choisir la forme des questions et les outils en fonction de l'objectif visé.

SUPPORTS

- Pour chaque groupe, le cadre de préparation de séquence reproduit sur des feuilles de format A3 .

CONTENUS

- Concevoir une suite de séance portant sur « Multiplier des par 25 » qui décline les 4 étapes de la démarche proposée en s'aidant si besoin des activités et exercices provenant de différents manuels.
- Recherche collective des différentes procédures possibles pour les calculs du type :
 8×25 , 24×25 ; 19×25 , 30×25 , 44×25 ; 60×25 ; 120×25 .
- Présentation du cadre de séquence qui n'est qu'une proposition modifiable selon le retour des stagiaires.
- Utilisation de ce cadre et si besoin des exemples d'activité pour élaborer une séquence.
- Prolongements : conception de séquences sur des objectifs différents répartis entre les différents groupes en utilisant les manuels apportés par les stagiaires et les ressources en ligne.

Période : 1 2 3 4 5

Cycle 3 : CM1 CM2 6^{ème}

MULTIPLIER PAR 25

Attendus de fin de cycle

Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.

Connaissances et compétences travaillées

- Mémoriser des faits numériques : $2 \times 25 = 50$ $4 \times 25 = 100$ $8 \times 25 = 200$ $10 \times 25 = 250$
- Élaborer, comparer et choisir des stratégies de calcul mental et de calcul en ligne pour effectuer une multiplication du type : 16×25 ; 24×25 ; 13×25 , 19×25 , 30×25 , 44×25 ; 60×25 ; 120×25 .
- Mémoriser des procédures faisant appel aux propriétés des opérations : associativité de la multiplication, distributivité de la multiplication sur l'addition.

DÉROULEMENT DE LA SEQUENCE

Étape de la séquence	Séance N°	Rôle de l'enseignant Questions posées - Formes des questions - Supports	Tâche des élèves Outils utilisés - Différenciation - Traces écrites

MULTIPLIER PAR 25

Extraits de manuels

2 Recopie et complète ce répertoire de produits.

1 × 25	25	10 × 25		100 × 25	
2 × 25	50	20 × 25		200 × 25	
3 × 25		30 × 25		300 × 25	
4 × 25		40 × 25		400 × 25	
5 × 25		50 × 25		500 × 25	
6 × 25		60 × 25		600 × 25	
7 × 25		70 × 25		700 × 25	
8 × 25		80 × 25		800 × 25	
9 × 25		90 × 25		900 × 25	

3 Utilise le répertoire de l'exercice 2 pour calculer ces produits, sans poser de multiplication.

- | | |
|-------------|---------------|
| a. 11 × 25 | e. 102 × 25 |
| b. 16 × 25 | f. 1 600 × 25 |
| c. 48 × 25 | g. 222 × 25 |
| d. 120 × 25 | h. 748 × 25 |

Calcule mentalement.

- | | | |
|------------|------------|-------------|
| a. 25 × 11 | c. 25 × 12 | e. 25 × 21 |
| b. 25 × 19 | d. 25 × 9 | f. 25 × 101 |

Explique comment tu as trouvé les réponses.

Dans un camion, on a chargé 32 caisses pesant chacune 25 kg. Quel est, en kg, le poids total de ce chargement ? = 20 × 10

Un pâtissier a besoin de 25 mirabelles pour faire une tarte. Combien de mirabelles lui faudra-t-il pour 28 tartes ?

MULTIPLIER PAR 25

1) $4 \times 25 = \underline{\quad}$

2) $6 \times 25 = \underline{\quad}$

3) $10 \times 25 = \underline{\quad}$

4) $5 \times 25 = \underline{\quad}$

5) $12 \times 25 = \underline{\quad}$

6) $40 \times 25 = \underline{\quad}$

7) $13 \times 25 = \underline{\quad}$

8) $16 \times 25 = \underline{\quad}$

9) $20 \times 25 = \underline{\quad}$

10) $3 \times 25 = \underline{\quad}$

Barre les produits intrus :

11) $4 \times 25 = 2 \times 50 = 100 \times 1 = 20 \times 4$

● Calcul mental

les premiers multiples de 25

- a. $2 \times 25 = 50$
- b. $5 \times 25 = 125$
- c. $7 \times 25 = 175$
- d. $3 \times 25 = 75$
- e. $6 \times 25 = 150$

les multiples de 4

- f. $28 \times 25 = 700$
- g. $16 \times 25 = 400$
- h. $12 \times 25 = 300$
- i. $36 \times 25 = 900$
- j. $44 \times 25 = 1\ 100$



● Calcul rapide



les nombres ronds

$$25 \times 20 = \mathbf{500}$$

$$25 \times 60 = \mathbf{1\ 500}$$

$$25 \times 40 = \mathbf{1\ 000}$$

$$25 \times 120 = \mathbf{3\ 000}$$

$$25 \times 200 = \mathbf{5\ 000}$$

$$25 \times ? = 600 \text{ (24)}$$

$$25 \times 64 = \mathbf{1\ 600}$$

$$25 \times 22 = \mathbf{550}$$

$$25 \times 17 = \mathbf{425}$$

$$25 \times 15 = \mathbf{375}$$

Bonus $25 \times 0,5 = \mathbf{12,5}$

Une bande dessinée coûte 12 €.

Combien paiera un libraire qui en achète 25 ?

Un tour de piste d'athlétisme mesure 400 m.

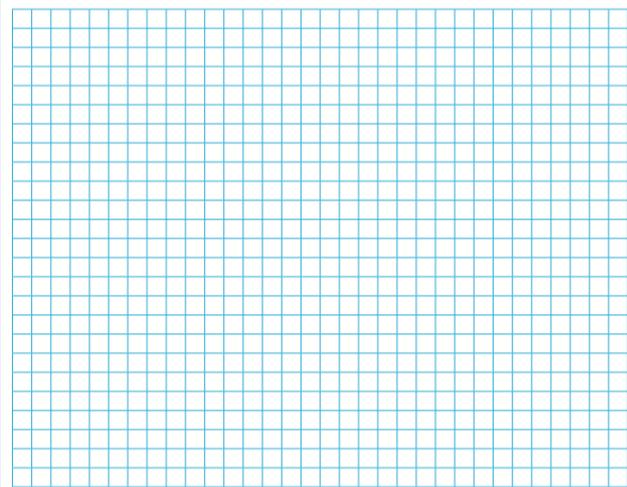
Quelle distance est parcourue après 25 tours ?

Jean est facteur. Il parcourt 25 km chaque jour du lundi au vendredi.

Calcule la distance totale parcourue par Jean durant une semaine.

Combien y a-t-il de carreaux dans ce rectangle ?

U
Q
a
b
c
d



17 Calcule en ligne astucieusement.

a. $4 \times 27 \times 25$

b. $25 \times 256 \times 40$

c. $8 \times 54 \times 125$

d. $125 \times 40 \times 61 \times 2$

a. $4 \times 27 \times 25$ b. $25 \times 6 \times 4$

b. $10 \times 25 \times 8$

d. $25 \times 256 \times 40$ e. $3 \times 25 \times 6 \times 4$

1

Observe : Adrien, Lino et Marion effectuent les mêmes produits mais dans un ordre différent.

1. **Complète** les calculs.

Utilise ton cahier quand c'est nécessaire.



$$\begin{array}{r} 9 \times 25 \times 4 \\ \hline \times \\ \hline \end{array}$$

Adrien

$$\begin{array}{r} 9 \times 4 \times 25 \\ \hline \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \times 4 \times 25 \\ \hline \times \\ \hline \end{array}$$

2. **Vérifie** les trois calculs avec ta calculatrice

- ▶ Trouve-t-on le même résultat ?
- ▶ Quel calcul peut-on faire de tête ?

2 Pour chaque produit, **souligne** les deux nombres pour calculer plus facilement de tête. **Écris** le

5 × 20 × 7 = 13 × 500 × 2

25 × 7 × 4 = 50 × 8 × 2 =

Utilise les résultats de l'exercice 3 pour calculer :

- a. 45 × 9
- b. 45 × 7
- c. 45 × 21
- d. 45 × 35

6 Complète chaque phrase par le mot ou le nombre qui convient.

- a. 100 est le double de
50 est le double de
100 est le quadruple de
25 est le tiers de
- b. 9 est la moitié de
10 est ... de 5.
50 est ... de 25.
11 est le tiers de
- c. 20 est le quart de
50 est le quart de
25 est ... de 50.
9 est le ... de 27.
- d. 16 est le ... de 8.
80 est ... de 20.
200 est ... de 50.
18 est le ... de 6.

Complète la table.

x	15	20	25	50
			100	
		1 000		
				10 000

Compter de 25 en 25 à partir de 0.
Le quart de n . Ex ▶ $12 \rightarrow 6 \rightarrow 3$.

des arbres d'une pépinière d'une ville :

ormes	40 allées de 900 arbres
tilleuls	25 allées de 200 arbres

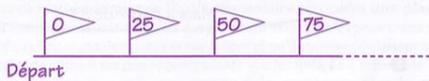
Calcule sans poser de multiplication.

- a. 15×4 d. 15×9
 b. 15×12 e. 15×19
 c. 15×20 f. 15×101

Comptage de 25 en 25



Y a-t-il un fanion 215 ? 350 ?



Pour le savoir complète donc ma suite de 25 en 25 !

0 ; 25 ; 50 ; 75 ; 100 ; ; ; ; ; ;



Je calcule rapidement

a. Observe la suite et écris les 5 nombres suivants.

225 220 215

b. Complète.

$55 = 5 \times \dots$ $60 = 5 \times \dots$ $75 = 5 \times \dots$ $100 = 5 \times \dots$
 $120 = 5 \times \dots$ $155 = 5 \times \dots$ $200 = 5 \times \dots$ $275 = 5 \times \dots$

● Comptes mystérieux



4 (Ordre de grandeur) Quel calcul donne le nombre le plus grand ?

(12×50) ou (16×25)

$(12 : 2 > 16 : 4)$. Il est inutile de faire la multiplication par 100.)

(12×50)

5. Remets le nombre qui convient à sa place :

$\dots \times 25 = 1\,500$

$60 \times 25 = 1\,500$

Période : 1 2 3 4 5

Cycle 3 : CM1 CM2 6^{ème}

TITRE DE LA SEQUENCE

Attendus de fin de cycle

Connaissances et compétences travaillées

-
-

DÉROULEMENT DE LA SEQUENCE

Étape de la séquence	Séance N°	Rôle de l'enseignant Questions posées - Formes des questions - Supports	Tâche des élèves Outils utilisés - Différenciation - Traces écrites

Problème

Dans la ville de Chamallo, il y a 1 750 élèves.
 Pour la fête des écoles, le maire achète 70 sacs de 25 ballons à gonfler et 35 colis de 50 tee-shirts.
Pourra-t-il donner un ballon et un tee-shirt à chaque élève ?



--	--	--	--

Ressource 7 Comment aider les élèves à mémoriser les tables de multiplication ?

INTENTION

- Compléter les connaissances des formateurs par des apports didactiques permettant de doter les enseignants d'outils nécessaires à la mémorisation des tables de multiplication.

SUPPORTS

- Le Q sort : les tables de multiplication.
- Le diaporama : mémoriser les tables

CONTENUS

Dans le cas de mémorisation de résultats comme les tables de multiplication, une stratégie pédagogique doit être clairement établie pour les faire mémoriser pendant le temps scolaire.

- **Pour amener la problématique**

Question : Comment aider un élève à reconstruire le résultat de 9×6 s'il l'a oublié ?

Synthèse

Comment utiliser le calcul posé pour renforcer cette mémorisation ?

Comment évaluer la mémorisation effective des résultats à connaître ?

- **Apports didactiques**

Phase 1 (10') : temps de recherche individuelle avec le Q sort comme support

Phase 2 (20') : synthèse collective avec l'appui du diaporama pour illustrer les propos avec des exemples.

Les tables de multiplication

	V	F	?
1- Il faut toujours demander aux élèves de réciter les tables dans l'ordre (7×1 , 7×2 , 7×3 , ...).			
2- L'entraînement est le seul ressort de la mémorisation des tables.			
3- Certains résultats sont mémorisés plus rapidement que d'autres, notamment les résultats des tables de 2, 5 ou 4 ou certains carrés.			
4- L'entraînement joue un rôle essentiel et doit faire l'objet d'un travail quotidien dans le cadre des séances de calcul mental.			
5- Il faut viser, avant la fin du cycle 3, une mémorisation totale des produits des tables et leur utilisation pour répondre à des questions du type « combien de fois 7 dans 56 ? » ou encore « 56 divisé par 7 ? ».			
6- Une maîtrise complète du répertoire multiplicatif suppose la capacité à répondre à des questions du type « combien de fois 7 dans 65 ? ».			
7- Le lien entre additions répétées et multiplication est à éviter chez les élèves.			
8- L'utilisation du calcul posé ne peut pas permettre de renforcer la mémorisation des tables.			
9- La mémorisation des tables doit s'organiser par étapes en repérant avec les élèves les calculs les plus difficiles à mémoriser.			
10- La mémorisation des tables doit s'organiser en prenant appui sur la table de Pythagore ou un autre outil pour repérer les résultats connus et ceux qui restent à mémoriser .			
11- La commutativité de la multiplication permet de réduire le coût de la mémorisation de moitié.			
12- Sur les 81 résultats à retenir (hormis la table de 1), si les élèves connaissant déjà les tables de 2, de 5 et de 10, il en reste 36 à mémoriser puis 21 si on utilise la commutativité de la multiplication			
13- Pour certains élèves, il est plus facile de mémoriser « 6 fois 7 » que « 7 fois 6 ».			

1- Il faut toujours demander aux élèves de réciter les tables dans l'ordre (7×1 , 7×2 , 7×3 , 7×4 , ...) comme pour la mémorisation des comptines : FAUX

Cette manière de mémoriser favorise les confusions entre des résultats proches. Cette forme d'apprentissage entraînerait des concurrences entre ces résultats proches, par exemple pour 7×8 l'élève ne sait plus si le résultat est 63 ou 49 car ils ont été toujours mémorisés à proximité de 56. Sans exclure définitivement cette forme de mémorisation, il est nécessaire de veiller d'une part à ne pas l'utiliser trop précocement et, d'autre part, à varier l'ordre dans lequel ces résultats doivent être restitués. Par exemple, si les élèves n'ont appris que la récitation des tables ($3 \times 1 = 3$, $3 \times 2 = 6$, $3 \times 3 = 9$, $3 \times 4 = 12$ etc. Un certain nombre d'élèves va avoir du mal à isoler un résultat de cette liste de résultats.

Autrement dit, pour accéder à 3×7 , ils vont être obligés de repasser par 3×1 , 3×2 ,... Les élèves doivent avoir un accès direct à chaque résultat.

2- L'entraînement est pas le seul ressort de la mémorisation : FAUX

En effet, même s'il est indispensable, l'entraînement n'est pas le seul ressort de la mémorisation. Une bonne représentation mentale des nombres, la compréhension des opérations en jeu et une élaboration progressive des résultats constituent l'autre facette, tout aussi indispensable, de l'aide à la mémorisation.

3- Certains résultats sont mémorisés plus rapidement que d'autres, notamment les résultats des tables de 2, 5 ou 4 ou certains carrés : VRAI

4- L'entraînement joue un rôle essentiel et doit faire l'objet d'un travail quotidien : VRAI

5- Il faut viser, avant la fin du cycle 3, une mémorisation totale des produits des tables et leur utilisation pour répondre à des questions du type « combien de fois 7 dans 56 ? », « 56 divisé par 7 ? » : VRAI

6- Une maîtrise complète du répertoire multiplicatif suppose la capacité à répondre à des questions du type « combien de fois 7 dans 65 ? ». VRAI , *c'est indispensable pour l'apprentissage de la division*

7- Le lien entre additions répétées et multiplication est à éviter chez les élèves : FAUX

8- L'utilisation du calcul posé ne permet pas de renforcer la mémorisation des tables : FAUX

La mémorisation des tables prend tout son sens dans une économie de calcul et dans la construction progressive de la maîtrise de la technique opératoire. Elle en est à la fois le but et le moyen.

9- La mémorisation des tables doit s'organiser par étapes en repérant les calculs les plus difficiles à mémoriser : VRAI

10- La mémorisation des tables doit s'organiser en prenant appui sur la table de Pythagore ou un autre outil pour repérer les résultats connus et ceux qui restent à mémoriser : VRAI

11- La commutativité de la multiplication permet de réduire le coût de la mémorisation de moitié : VRAI

12- Sur les 81 résultats à retenir (hormis la table de 1), si les élèves connaissant déjà les tables de 2, de 5 et de 10, il en reste 36 à mémoriser puis 21 si on utilise la commutativité de la multiplication : VRAI

13- Pour certains élèves, il est plus facile de mémoriser « 6 fois 7 » que « 7 fois 6 ». Souligner l'égalité des résultats

peut être une aide pour eux.

Synthèse

Extraits du diaporama

Table des livres.

2 fois 2	4	4	7	28	7	10	70	
2	3	6	4	8	32			
2	4	8	4	9	36	8 fois 8	64	
2	5	10	4	10	40	8	9	72
2	6	12				8	10	80
2	7	14	5 fois 5	25				
2	8	16	5	6	30	9 fois 9	81	
2	9	18	5	7	35	9	10	90
2	10	20	5	8	40	10	10	100
			5	9	45			
3 fois 3	9	5	10	50				
3	4	12				11	12	132
3	5	15	6 fois 6	36	12	12	144	
3	6	18	6	7	42			
3	7	21	6	8	48			
3	8	24	6	9	54			
3	9	27	6	10	60			
3	10	30						
4 fois 4	16	7 fois 7	49					
4	5	20	7	8	56			
4	6	24	7	9	63			

*Nul ne peut estre bon Chiffreur,
Si son livres ne sçait par cœur.*

Extrait de l'arithmétique de Pierre de Savonne d'Avignon, 1632

La question de la mémorisation :

ou la nécessité de construire les tables pour mieux les connaître...

Michel Fayol (séminaire ministériel nov 2007), a envisagé 4 procédures :

- [méthode 1](#) : par la lecture des tables
- [méthode 2](#) : par l'élaboration du répertoire en utilisant la calculatrice
- [méthode 3](#) : par construction en utilisant ses moyens
- [méthode 4](#) : par vérification ou discrimination de certains résultats multiplicatifs
cela consiste en une série de propositions de résultats pour un calcul donné, style QCM, l'élève devant discriminer celui qui convient en se justifiant pour éviter les réponses au hasard.

pourcentages de réussite selon la méthode

- [méthode 1](#) : par la lecture des tables → 40%
- [méthode 2](#) : par l'élaboration du répertoire en utilisant la calculatrice → 45%
- [méthode 3](#) : par construction en utilisant ses moyens → 66%
- [méthode 4](#) : par vérification ou discrimination de certains résultats multiplicatifs → 64%

Dans sa conclusion Fayol souligne que ce qui est déterminant c'est l'activité du sujet apprenant, or dans la méthode 1 le sujet est relativement passif face aux tables qu'il doit apprendre (lecture) comme dans la méthode 2 où c'est en observant les résultats affichés par la calculatrice que l'élève doit mémoriser les tables.

Par contre dans les méthodes 3 et 4 il est beaucoup plus actif puisque dans la méthode 3 c'est lui qui construit les résultats en prenant appui sur ce qu'il connaît, et dans la méthode 4 il doit justifier ses choix ce qui l'oblige à analyser chaque proposition.

Points d'appui pour le répertoire multiplicatif

- Connaître les résultats des tables de 2 et de 5
- Retrouver un résultat à partir d'un résultat connu;
- Utiliser la commutativité
- Connaître les carrés (souvent bien maîtrisé)
- Multiplier par 4, c'est...; multiplier par 6, c'est...
- S'appuyer sur les particularités de certaines tables : 2 ; 5 ; 9; des régularités repérées dans la table de Pythagore

Une démarche identique

- Comprendre pour mieux mémoriser
- Construire le répertoire
- Structurer le répertoire (points d'appui)
 - Commutativité
 - Appui sur des résultats connus (doubles, voisins)
 - Régularités
- Etapes de l'apprentissage
 - Par tables pour la multiplication
 - Conscience de ce qui est su et de ce qui reste à apprendre
- Entraînement

Revenir sur le sens de 3×4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3				12					
4									
5									
6									
7									
8									
9									

12 cases

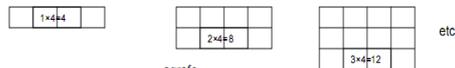
2°) Construction des tables par les élèves

1	2	3	④	← 1×4
5	6	7	⑧	← 2×4
9	10	11	⑫	← 3×4
13	14	15	⑯	← 4×4

etc.

3°) Construction de tables individuelles constituées de bouts de papier quadrillé superposés

On superpose et on agrafe les quadrillages suivants :



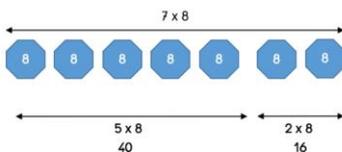
Et on obtient :

1x4=4
2x4=8
3x4=12
4x4=16
5x4=20
6x4=24
7x4=28
8x4=32
9x4=36

$$7 \times 8$$

REGISTRES FIGURÉS

Registre des groupements itérés : évocation schématisée de 7 groupements de 8 objets



$$7 \times 8$$

REGISTRES DES QUADRILLAGES

Évocation schématisée d'un rectangle de 8 carreaux sur 7 carreaux



$$7 \times 8 = 56$$

Des consignes et des exercices variés pour rendre disponible ce fait numérique

réponse orale ou par écrit

question oralement ou par écrit

à quoi est égal 7 multiplié par 8 ? ou $7 \times 8 = ?$

$7 \times ? = 56$ ou $? \times 8 = 56$? ou $? \times 8 = 56$ ou $7 \times ? = 56$

$56 = ? \times ?$

Faire le lien avec la division

Quel est le quotient de 56 par 8 ?

Quel est le quotient de 56 par 7 ?

54 divisé par 6 est égal à 9. Ou 54 ÷ 6 = 9 ?

54 divisé par 9 ? Ou 54 ÷ 9 = 6 ?

□ Faire le lien avec la notion de multiple ou de diviseur

54 est-il un multiple de 6 ? 54 est-il un multiple de 9 ?

6 divise-t-il 54 ? 54 est-il un diviseur de 54 ?

9 divise-t-il 54 ? 54 est-il un diviseur de 54 ?

Quelle est la liste des diviseurs de 54 ?

Quelle est la liste des diviseurs de 54 ?

□ Réinvestir ce fait numérique dans des calculs plus complexes

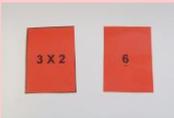
$603 : 9 = ?$ $5403 : 603 = ?$

$59003 : 59003 = ?$

$0,63 : 9 = ?$ $5,63 : 9 = ?$

Les cartes recto-verso

Recto	Verso
6 X 7	42
5 x . = 40	8



La mémorisation de résultats ou de procédures relatifs à la multiplication est le fruit d'un processus long amorcé dès le CE1 et qui doit être poursuivi au collège.

- Certains résultats sont mémorisés plus rapidement que d'autres, notamment les résultats des tables de 2, 5 ou 4 ou certains carrés.
- Certains résultats n'ont pas à être mémorisés car une propriété de la multiplication permet de les obtenir immédiatement : multiplication par 0 et par 1.
- La commutativité de la multiplication permet de réduire le coût de la mémorisation de moitié : si un résultat est connu, un autre l'est aussi. Pour certains élèves, il est plus facile de mémoriser « 6 fois 7 » que « 7 fois 6 ». Souligner l'égalité des résultats peut être une aide pour eux.
- Avant d'être mémorisé, un résultat est souvent d'abord reconstruit. Même si le répertoire des résultats mémorisés s'accroît, cela reste nécessaire pour certains élèves. Ainsi, si 8×7 n'est pas connu, il peut être retrouvé. Par exemple, à partir de $7 \times 7 = 49$, il est possible de tenir le raisonnement : *8 fois 7, c'est 7 fois 7 plus 1 fois 7, donc $49 + 7 = 56$* . Il est aussi possible, à partir de $4 \times 7 = 28$, de considérer que 8×7 est le double de 28.
- L'entraînement enfin joue un rôle essentiel et doit faire l'objet d'un travail quotidien. Il peut relever d'activités collectives (procédé La Martinière, par exemple), individuelles (sur papier ou sur écran) ou par équipes (jeux).
- La mémorisation progressive des tables fait l'objet d'un travail tout au long des cycles 2 et 3 dans le cadre des séances quotidiennes de calcul mental.
- Pour beaucoup d'élèves, il est difficile de passer de la connaissance $8 \times 6 = 48$ aux réponses à des questions comme « combien de fois 6 dans 48 ? » ou « 48 divisé par 6 » ou encore à la production de la décomposition de 48 sous la forme 8×6 ou 6×8 . Or, une maîtrise complète du répertoire multiplicatif suppose la capacité à

donner très rapidement les produits, les quotients, le facteur d'un produit dont l'autre facteur est connu (combien de fois 7 dans 63 ?) et les décompositions qui relèvent de ces répertoires. Elle suppose même la capacité à répondre à des questions du type « combien de fois 7 dans 65 ? », indispensable pour l'apprentissage de la division.

Exemple :

Des consignes différentes peuvent amener à rendre disponible ce fait numérique :

⇒ **demander la restitution à l'oral ou à l'écrit, la question étant elle-même présentée oralement ou sous une forme écrite (écriture lacunaire ou autre) :**

- du résultat : à quoi est égal 9 multiplié par 6 ? ou $9 \times 6 = ?$
- de l'un des facteurs (multiplication à trous) : $9 \times ? = 54$ ou $? \times 6 = 54$? ou $? \times 9 = 54$ ou $6 \times ? = 54$
- des deux facteurs : $54 = ? \times ?$

⇒ **demander de trouver des (toutes les) décompositions multiplicatives de 54 faisant intervenir deux, trois ou quatre facteurs**

⇒ **faire le lien avec la division :**

- Quel est le quotient de 54 par 6 ?
- Quel est le quotient de 54 par 9 ?
- 54 divisé par 6 égal = ? ou $54 \div 6 = ?$
- 54 divisé par 9 ? ou $54 \div 9 = ?$

⇒ **faire le lien avec la notion de multiple ou de diviseur :**

- 54 est-il un multiple de 6 ? 54 est-il multiple de 9 ?
- 6 divise-t-il 54 ?
- 6 est-il un diviseur de 54 ?
- 9 divise-t-il 54 ? 9 est-il un diviseur de 54 ?
- Quel est le reste de la division de 54 par 6 ? Quel est le reste de la division de 54 par 9 ?

⇒ **réinvestir ce fait numérique dans des calculs plus complexes : • $60 \times 9 = ?$**

- $540 \div 60 = ?$
- $5\ 400 = 900 \times ?$
- $0,6 \times 9 = ?$
- $5,6 \div 9 = ?$

Ressource 8

Jeux de calcul mental

Mise à plat des pratiques

Les jeux connus

- Lister les jeux de calcul mental connus ou pratiqués.
- Premier classement des jeux par objectif
- Place du jeu dans une séquence de calcul

Mise en situation

Le golf

Calculs + et -

Jeu par équipe de 2 ou 3 ;

Jeu du trio

tables de x

- Mise en situation avec trio diapo 1 nombre à trouver 25. Chercher comment sont obtenus les 25.
- Règle du jeu et mise en situation sur grille 32 par équipe.

Jeux du furet

Présentation : objectifs et intérêt

- Jeu de TIC (multiples de 7)
- jeu de TIC TAC (multiples de 7)
- Jeu des intrus (multiples de 7)

Jeux de mémoire

- Mise en situation
- Synthèse : objectifs et intérêt, variables

Jeux du « Tout sur ... »

- Mise en situation avec 570 jeu par équipes de 3

A tour de rôle chaque équipe participant doit donner une information sur ce nombre, différente de celle déjà données.

- Variantes à l'écrit : jeu du cadavre exquis des maths par équipes , «3689 » écrit sur une feuille A3 au départ, écrire une écriture équivalente et plier, l'équipe gagnante est celle qui a le plus d'écriture différentes.

Le Mathador

Les 4 opérations, division mise en valeur

- Jeu sur deux problèmes partie expert
- Jeu sur partie Mathador junior
- Concevoir des épreuves avec plusieurs solutions possibles, Mathador souvent possible, aides possibles pour trouver le Mathador.
- Echanges des productions pour essais.

Le Yam

Un célèbre jeu de dés qui favorise l'approche du nombre, sa décomposition et l'approche du calcul.

Dispositif : par 2 ou 3, chaque joueur possède son tableau à remplir

Matériel : 5 dés numérotés selon le niveau (constellation ou chiffre, nombre de dés), un tableau de score individuel

Déroulement :

1^{ère} phase

Le premier joueur lance les dés. Il a droit à 3 lancers pour faire le maximum de dés identiques. Il peut garder les dés qu'il veut entre 2 lancers. On ne compte que les dés identiques (ex $3 \times 5 = 15$ à noter dans la ligne du 5) . Cette phase se déroule en 3 tours pour chaque joueur. Chaque joueur additionne ensuite les 3 scores obtenus (ex : Total 1 = $3 \times 5 + 2 \times 4 + 3 \times 6 = 41$)

2^{ème} phase

Les enfants jouent en cherchant à obtenir des combinaisons (total 2) en trois tours également.

Je joue au jeu de Yam avec 5 dés. Je remplis mon tableau et je calcule mon score.



TOTAL 1 (si plus de 63 points, bonus de 35 points)	

Brelan (3 dés identiques) = somme des 5 dés	
Carré (4 dés identiques) = somme des 5 dés	
Full (3 dés identiques + 2 dés identiques) = 25 points	
Petite suite (4 dés qui se suivent) = 30 points	
Grande suite (5 dés qui se suivent) = 40 points	
Yam (5 dés identiques) = 50 points	
Chance = somme des 5 dés	
TOTAL 2	

TOTAL 1 + TOTAL 2	
--------------------------	--

Extraits du diaporama

Jeux de calcul mental



Le golf



On part de 5.
On peut soit ajouter 9 soit enlever 6 et ceci autant de fois qu'on veut.

Essayer d'atteindre 17.

- Essayer d'atteindre 17.
Exemple de solution :
 $5 + 9 + 9 - 6 = 17$

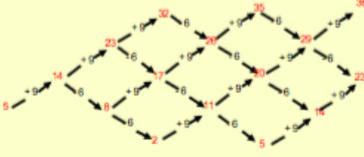


- Essayer d'atteindre 18.

- Chercher tous les nombres que l'on peut atteindre entre 5 et 40.

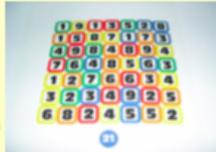


Complément : Recherche des nombres qu'on peut atteindre de 5 à 40



On peut atteindre les nombres : 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, etc.

Jeu du trio



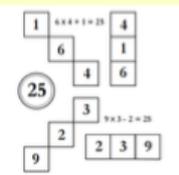
49 jetons (carrés) sur lesquels on peut lire les chiffres de 1 à 9. Il faut les disposer abstraitement en un carré de 7 sur 7.

Jeu du trio

Nombre à trouver : 25

4	4	6	8	7	1	5
4	1	8	2	7	6	3
9	6	6	1	3	2	5
3	1	7	4	9	6	3
6	5	7	2	5	4	9
7	1	2	3	8	4	8
2	5	5	2	3	9	8

Jeu du trio



Jeu du trio

Nombre à trouver : 32

	1	2	3	4	5	6	7
A	4	6	3	9	6	4	6
B	8	2	7	2	8	1	2
C	1	3	5	8	6	4	5
D	8	5	6	3	9	1	5
E	2	2	3	7	9	5	7
F	4	7	4	2	1	6	5
G	7	9	3	3	8	4	1

Jeu du trio

Nombre à trouver : 32



Exemple de notation avec 33



Le MATHADOR
Règle du jeu



Le MATHADOR
Règle du jeu



Créé par Sophie Les Têles



A l'aide des 5 nombres (1; 3; 4; 5; 10) atteindre le nombre cible : 38

Le système de points

Addition : 1 point
 Multiplication : 1 point
 Soustraction : 2 points
 Division : 3 points

Exemples de calcul

4 points :
 $4 \times 10 - 3 - 1$

5 points :
 $4 \times 10 - (3 - 1)$
 $3 \times 10 - 3 - 4 - 1$
 $(10 + 5 + 4) \times (3 - 1)$
 $10 \times (4 - 1) + 5 = 3$
 $(10 + 4) \times 3 - 5 - 1$
 $(4 - 3) \times (5 - 1) - 10$

6 points :
 $5 \times (10 - 3) + 4 - 1$
 $(10 + 4) \times 3 - (5 - 1)$
 $3 \times 4 \times (5 - 1) - 10$

7 points :
 $5 \times 10 - 3 \times 4 \times 1$

13 points Mathador :
 $4 \times 10 - (5 + 1) : 3$



Solutions trouvées

$(9 + 1) \times 6 - 6 = 66$ (3 points)

$(14 - (9 - 6)) \times 6 : 1 = 66$ (8 points)

$6 \times ((4 - 6 - 9) : 1) = 66$ (13 points)

$(14 - 9 - 6) \times 6 : 1 = 66$ (13 points)