

CONFÉRENCE DE C O N S E N S U S

NOMBRES ET OPÉRATIONS : PREMIERS APPRENTISSAGES À L'ÉCOLE PRIMAIRE

Les manuels scolaires de mathématiques à l'école
primaire - De l'analyse descriptive de l'offre
éditoriale à son utilisation en classe élémentaire

Éric MOUNIER et Maryvonne PRIOLET

Novembre 2015

Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire

De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe
élémentaire

Éric MOUNIER & Maryvonne PRIOLET

Enseignants chercheurs MCF - Université Paris Est-Créteil & Université Reims-Champagne Ardenne

Novembre 2015



Table des matières

Résumé	7
Introduction	16
I La documentation scolaire en mathématiques pour l'école élémentaire à la rentrée scolaire 2014 : PROFUSION et DIVERSITÉ	19
1 L'offre éditoriale	19
2 La place réservée au domaine " <i>Nombres et Calcul</i> " dans les manuels	22
3 L'organisation du domaine " <i>Nombres et Calcul</i> "	24
4 L'apparence de la séance du jour	25
5 La place des savoirs	26
II Les manuels scolaires de mathématiques et leurs rapports à l'approche du nombre, à la numération et au calcul.	30
1 Les écritures chiffrées des nombres entiers au CP	30
2 Les nombres décimaux et les grands nombres au CM ₁	34
3 Les techniques opératoires	42
III Utilisation du manuel de mathématiques	45
1 Le manuel de mathématiques : quels choix des enseignants?	46
2 Le guide pédagogique et le manuel : des ressources parmi d'autres?	49
3 Analyse comparée de l'utilisation d'un même manuel par deux enseignants	51
4 Phase de "conclusion" des séances	53
5 Programmation et leçons réalisées	53
6 Formation	53
7 Conclusion	54
IV Les spécificités de l'école maternelle	55
1 À propos des fiches	56
2 Le processus de documentation	57
Conclusion	58
Préconisations	59
Annexes	60
Bibliographie	75

Table des figures

Figure 1	Proportion de séances dans le domaine <i>Nombres et Calcul</i> par rapport au nombre de séance de chaque manuel de l'échantillon (effectif : 48)	8
Figure 2	Place et répartition des séances <i>Fractions et Décimaux</i> durant l'année scolaire. Place de l'introduction de l'écriture à virgule.	11
Figure 3	Utilisation du manuel par les élèves déclarée par les enseignants et utilisation effective constatée lors des observations.....	14
Figure 4	Répartition des manuels scolaires en "support-livre" et "support-fichier" par niveau d'enseignement.....	19
Figure 5	Auteurs de manuels répartis par catégories professionnelles et par collections de manuels.....	21
Figure 6	Proportion de séances dans le domaine " <i>Nombres et Calcul</i> " par rapport au nombre total de séances de chaque manuel du panel B.	23
Figure 7	Évolution du taux minimal, du taux maximal et du taux moyen du nombre de séances réservées au domaine " <i>Nombres et Calcul</i> " dans l'ensemble des collections du panel B.	24
Figure 8	Place de l'introduction de la technique opératoire de la multiplication à 2 chiffres dans les manuels de CE ₂ extraits du panel B.	25
Figure 9	Exemples de pages de séance : la collection <i>Litchi</i> CP, CE ₂ et CM ₂	26
Figure 10	Les formats des séances. R : activités Ritualisées ; A : reprise de notions Anciennes ; N : introduction d'un savoir Nouveau	27
Figure 11	La disponibilité des textes de savoir pour l'élève	29
Figure 12	Progression du champ numérique dans l'année et, en gras, place de la séance d'apprentissage sur le sens des chiffres	31
Figure 13	Durée entre la séance introduisant les fractions sous la forme d'une écriture fractionnaire et la séance introduisant l'écriture à virgule	36
Figure 14	Répartition des séances sur "Fractions et décimaux". Place de la séance introduisant les fractions décimales et place de celle introduisant l'écriture à virgule	37
Figure 15	Effet de zoom	39
Figure 16	Représentations multiples d'un même nombre (écriture fractionnaire, écriture décimale, désignation orale, représentation iconique).....	40

Figure 17	Place et répartition des séances sur "Grands nombres, "Fractions" et "Nombres décimaux" durant l'année scolaire	41
Figure 18	Moment d'introduction dans l'année de CP de la technique de l'addition en colonne sans (en rouge) et avec retenue(s) (en bleu), la pastille jaune indique la simultanéité.	42
Figure 19	D'après les programmes, l'apprentissage de la technique opératoire de la soustraction se situe au CE ₁ , ce qui est le cas de tous les manuels consultés (panel B).	43
Figure 20	Présence et utilisation déclarées du manuel de l'élève	46
Figure 21	Utilisation effective du manuel par les élèves lors des séances observées	48
Figure 22	Ressources utilisées par les enseignants pour la préparation des séances	49
Figure 23	Extrait du guide pédagogique à portée de maths CM ₁	51
Figure 24	Partie supérieure de la page 42 (À portée de Maths CM ₁)	52
Figure 25	Extrait de la transcription de l'entretien de l'enseignant EC-E.	54

Résumé

La présente note de synthèse a été élaborée à partir du rapport (Mounier & Priolet) rédigé à la demande du CNESEO dans le contexte de la préparation de la conférence de consensus "Les apprentissages de la numération". Elle vise à donner un aperçu de la documentation scolaire présente sur le marché de l'édition, en janvier 2015, pour le domaine de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Des repères plus ou moins visibles pour les utilisateurs potentiels de cette documentation ont été dégagés à partir de l'analyse des manuels scolaires. Une attention plus particulière a été portée à la place des savoirs, à l'introduction du sens des chiffres selon leur position dans les écritures chiffrées au CP, à la progression concernant les nombres décimaux au CM₁ et aux périodes d'introduction des différentes techniques opératoires au cours des cinq années d'école élémentaire. En prenant appui sur l'analyse d'observations de séances de numération suivies d'entretiens avec les enseignants concernés, cette étude rend également compte de l'utilisation de cette documentation scolaire dans des classes élémentaires.

Définition du manuel scolaire

La définition pragmatique du **manuel scolaire** choisie par le groupe d'Inspecteurs généraux rédacteur d'un rapport spécifique à cet outil (IGEN, 1998) a été retenue; ainsi est considéré comme "manuel scolaire tout support pédagogique (livres ou fiches) qui doit être acquis par l'élève (lycée) ou qui est mis à sa disposition par l'établissement (école primaire et collège)".

L'expression **guide pédagogique** est utilisée pour désigner la documentation annexée au manuel scolaire et destinée au professeur.

Méthodologie de l'étude

- Période de l'étude : début février 2015 - fin mars 2015.
- Recensement de la littérature scientifique et des textes institutionnels traitant des manuels scolaires de mathématiques.
- Recensement des manuels scolaires de mathématiques présents en janvier 2015 sur le marché de l'édition pour l'école élémentaire.
- Analyse didactique d'un échantillon de 48 manuels issus de 10 collections.
- Analyse de l'utilisation de manuels à partir d'observations et d'entretiens dans 12 classes (académies de Clermont-Ferrand, Paris, Reims).

Aperçu de l'offre éditoriale

Profusion, continuité, diversité de l'offre éditoriale

Les résultats de l'inventaire réalisé montrent que le manuel scolaire de mathématiques reste bien présent sur le marché de l'édition scolaire avec une offre de plus de 120 titres répartis en 26 collections différentes issues de 12 maisons d'édition, parus entre 2008 et 2015 à destination des élèves de l'école élémentaire.

Chacun des manuels est systématiquement associé à un seul niveau d'enseignement, du CP au CM₂. L'inventaire n'a pas permis d'identifier de manuel de mathématiques destiné spécifiquement à des classes à cours multiples.

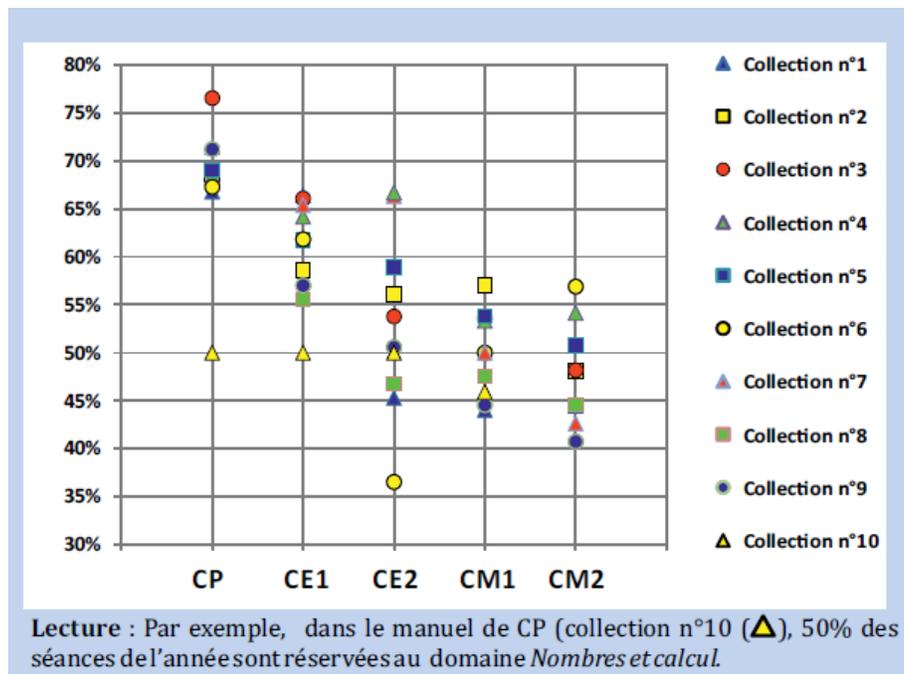
La moitié des collections (13 sur 26) offre une série complète de manuels du CP au CM₂, pouvant laisser supposer une continuité pédagogique d'année en année, dès lors que pour plusieurs d'entre elles il existe une stabilité des équipes d'auteurs pour la rédaction de l'ensemble des manuels et guides pédagogiques de la collection. Les autres collections se limitent à un cycle d'enseignement, voire à une seule année.

Les collections se différencient aussi par la composition de leurs équipes d'auteurs : soit des spécialistes en didactique des mathématiques qui s'entourent d'acteurs de terrain soit uniquement des acteurs de terrain. Ces choix effectués par les éditeurs pour la constitution des équipes d'auteurs orientent ensuite les manuels vers des contenus différents prenant appui sur divers modèles d'enseignement-apprentissage, dans lesquels les travaux universitaires et les savoir-faire ont des poids différents.

Place réservée au domaine - Nombres et Calcul dans les manuels

La comparaison de la proportion de séances réservées au domaine *Nombres et Calcul* par rapport au nombre total de séances du manuel révèle une forte disparité entre les 48 manuels disponibles dans les 10 collections de l'échantillon pour chaque niveau d'enseignement donné. Les écarts les plus grands se situent à deux niveaux : le CE₂ 37 % Manuel collection n°6 vs 67 % Manuel collection n°4) et le CP (50 % Manuel collection n°10 vs 77 % Manuel collection n°3).

Figure 1 – Proportion de séances dans le domaine *Nombres et Calcul* par rapport au nombre de séance de chaque manuel de l'échantillon (effectif : 48)



Repères à partir de l'analyse de 48 manuels

Des repères globaux très visibles qui caractérisent souvent une collection : le format fichier/livre, l'apparence, le contenu du guide.

Un manuel donné reprend la même apparence pour chaque séance quotidienne.

Fréquemment, des codes liés aux couleurs, aux illustrations, à l'agencement des cadres ou aux titres des rubriques permettent d'identifier facilement une collection. Les manuels sont organisés la plupart du temps de manière linéaire. Les séances proposées se succèdent page après page, programmant ainsi sur toute l'année le travail mathématique au jour le jour. Certains sont structurés par domaines : les séances sont dès lors regroupées en quatre parties correspondant aux quatre domaines prévus dans les programmes 2008 (*Nombres et calcul, Géométrie, Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données*).

La teneur du guide pédagogique qui accompagne le plus souvent le manuel scolaire varie fortement selon les collections. Avec un nombre de pages pouvant aller du simple à plus du double (de 159 à 383 pour les 48 analysés), ce guide pédagogique réserve une place plus ou moins grande au volet organisationnel tel que le mode d'emploi, aux partis-pris pédagogiques et didactiques ou encore aux indications de gestion de chacune des séances.

Chaque manuel peut prendre deux formes : support livre ou support-fichier, ce dernier se présentant sous l'aspect d'un cahier personnalisé sur lequel l'élève écrit les réponses aux exercices, ce qu'il ne peut faire dans le support-livre.

Toutes les collections étudiées proposent exclusivement un support-fichier au CP, puis au fur et à mesure des années le support-livre apparaît, pour être presque exclusif au CM₂. L'année de CE₂ est charnière avec les deux formats proposés à part égale.

Le support-fichier oriente de manière très importante le travail des élèves, contraints d'entrer la plupart du temps dans un format unique de réponse, dans un espace parfois très limité réservant peu de place pour la recherche de diverses solutions ou plus largement pour des essais de procédures. à l'école maternelle, l'emploi fréquent de fiches souvent utilisées en lien avec un dispositif de travail en groupes nommé "ateliers", est source potentielle d'inégalités scolaires (Joigneaux, 2015). Cette présence massive de fichiers au CP et au CE₁ et de fiches à l'école maternelle interroge donc sur la place des premiers écrits mathématiques dans les apprentissages.

Des repères visibles dans la présentation d'une séance : les formats, la place des savoirs, les activités de découverte

Dans les séances du jour, on retrouve essentiellement trois formats pour traiter les notions mathématiques : des exercices ritualisés répétitifs pour s'entraîner, de nouveaux exercices permettant de revenir sur des notions anciennes et des situations spécifiques pour introduire un savoir nouveau.

L'étude montre qu'une suite de formats stables rythme le plus souvent la présentation des séances d'un même manuel, voire d'une collection complète. Tous les manuels proposent d'aborder chaque jour un savoir présenté comme nouveau, enjeu principal de la séance. à l'exception d'une collection, les savoirs anciens sont travaillés par l'intermédiaire a minima d'activités ritualisées quotidiennes, et il s'agit le plus souvent, voire exclusivement, du calcul mental. Seul un quart des manuels propose en outre de revenir chaque jour

sur les savoirs anciens via de nouveaux exercices non ritualisés. Les formats adoptés dans un manuel influent ainsi sur la gestion au quotidien de l'enseignant qui aura une ou plusieurs notions à traiter, ancienne ou nouvelle, par l'intermédiaire d'activités déjà connues ou non des élèves.

Les connaissances anciennes ne sont néanmoins pas nécessairement reprises ostensiblement. Celles-ci peuvent cependant être éléments de synthèse, d'évaluations, voire de situations de découverte pour aborder un savoir nouveau. Dans ce dernier cas il peut y avoir des activités de rappels spécifiques ou non. Moins visibles que leurs incidences sur la gestion quotidienne, les différents formats proposés par les manuels ne structurent ainsi pas tous de la même façon les apprentissages et l'ensemble des différentes connaissances des élèves sur l'année.

Les séances portant sur une nouvelle connaissance débutent toujours par une activité dite de découverte, préparatoire ou exploratoire qui, d'après les prescriptions des auteurs, doit permettre ensuite à l'enseignant de faire le lien avec le savoir nouveau. Dès lors, il ne s'agit pas de présenter le savoir puis de demander des applications. Souvent ces activités de découverte n'ouvrent pas uniquement sur l'objet de savoir affiché. Le lien entre le travail des élèves et le savoir à faire émerger est une tâche d'enseignement complexe et les aides dont dispose l'enseignant dans le manuel sont souvent hétérogènes et insuffisantes, ce lien étant pourtant particulièrement important dans le processus d'apprentissage (Mounier, 2013).

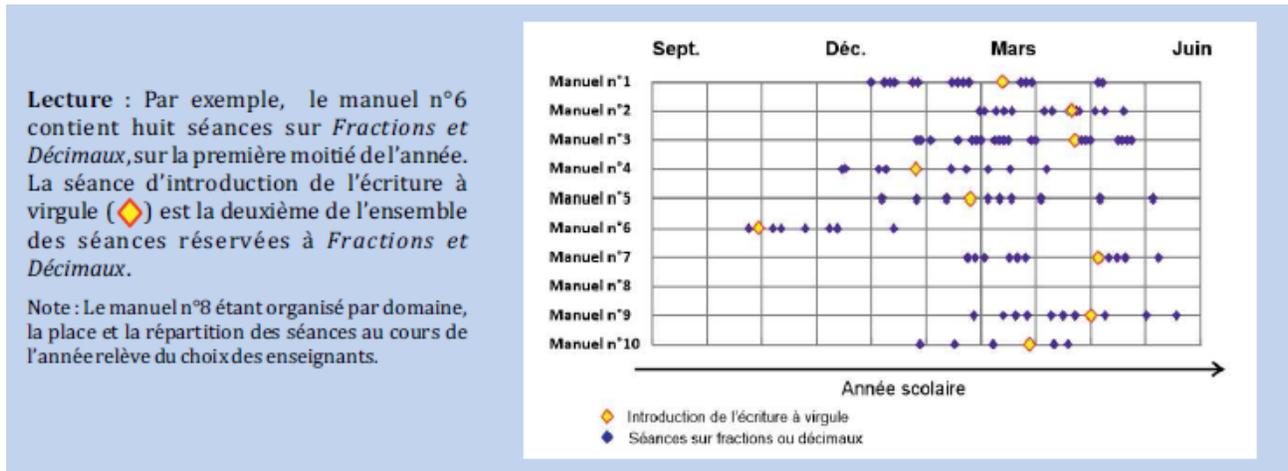
Par ailleurs, rares sont les manuels sans indication du savoir à apprendre (3 manuels sur 48), tandis que près de la moitié (21 sur 48) proposent systématiquement des textes de savoir dans chacune des séances. Sur ce point, deux collections sur les dix sont homogènes du CP au CM₂. De manière générale la fréquence d'indication des savoirs quotidiens à apprendre augmente selon les années de scolarisation. Ce constat interroge, car on peut penser que plus les élèves sont âgés plus ils sont autonomes pour aller chercher l'information. De leur propre initiative ils peuvent alors se référer au texte de savoir avant que celui-ci ne soit introduit par une séance de découverte, rendant la fonction de cette dernière caduque. On retrouve pour ces élèves un schéma classique des savoirs vers leurs applications (Bautier, Bonnéry & Kakpo, 2015), à l'encontre de celui prescrit par le manuel via les activités de découvertes.

Des repères moins visibles : le traitement mathématique des notions, les partis pris didactiques

Même s'il en existe sur le marché de l'édition, rares sont les manuels qui ne sont pas conformes aux programmes en vigueur. Toutefois, la conformité de la quasi-totalité des manuels ne signifie pas pour autant un traitement identique pour chacune des notions.

Dans les manuels de CM₁ les fractions sont toujours introduites avant les décimaux, lesquels sont présentés comme l'écriture (à virgule) d'une fraction décimale. Cependant, selon les manuels, les fractions sont abordées à des moments plus ou moins précoces de l'année (cela va d'octobre à février), l'écart entre cette introduction et celle de l'écriture à virgule pouvant quant à lui aller de deux jours à trois mois. En outre le nombre de séances consacrées aux fractions et décimaux varie de 6 à 21, avec une répartition non homogène du nombre de séances entre celles qui précèdent et celles qui suivent l'introduction de l'écriture à virgule (voir la figure 2 ci-dessous).

Figure 2 – Place et répartition des séances *Fractions et Décimaux* durant l'année scolaire. Place de l'introduction de l'écriture à virgule.



Ces différences entre manuels révèlent une grande hétérogénéité concernant notamment la durée réservée à l'apprentissage des décimaux. Elles interrogent aussi sur le sens donné aux fractions - sont elles présentées réellement comme désignant un nombre? - et sur celui donné aux décimaux. Les désignations orales relevées peuvent engager ou conforter certains élèves à percevoir de manière erronée dans l'écriture à virgule une juxtaposition de deux entiers. Par ailleurs, peu de manuels proposent dans une même page différentes représentations d'un même nombre (écriture fractionnaire, écriture à virgule, désignation orale, représentation iconique, droite graduée).

L'étude de l'introduction au CP du sens des chiffres selon leur position dans les écritures chiffrées des nombres inférieurs à 99 fait état d'une apparente uniformité. Celles-ci sont tout d'abord utilisées comme la traduction écrite des noms des nombres. La période d'introduction du sens des chiffres se situe toujours à peu près au milieu de l'année et ce sens est toujours introduit en lien avec une collection d'objets organisée en dizaines. Il existe cependant des approches différentes de ces écritures chiffrées, mais aussi de la conception d'une situation d'apprentissage. Le travail prescrit à l'enseignant n'est alors pas le même. Dans certains manuels le lien entre le travail des élèves dans les activités de découverte et le savoir à retenir *in fine* peut être difficile à établir, bien qu'il puisse exister de véritables phases de recherche. Pour d'autres ce lien est plus facile à faire mais ne repose pas sur un véritable questionnement du savoir en jeu. Dans ce dernier cas, on retrouve un schéma classique des savoirs vers leurs applications contrairement à ce qu'engage une véritable activité de découverte. En outre, des difficultés comme la conceptualisation de la dizaine ne sont pas traitées uniformément, voire ne sont pas anticipées. Finalement, certaines des propriétés propres à la numération écrite chiffrée, comme le choix de l'écriture positionnelle ou celui des groupements par dix, ne sont pas problématisées (Mounier, 2010).

L'analyse concernant les techniques opératoires du CP au CM₂ révèle aussi des moments d'introduction dans l'année très différents d'un manuel à l'autre, tout particulièrement pour l'addition au CP, favorisant un possible évitement de la notion lors d'une programmation tardive. Les techniques opératoires permettent de revenir sur le fonctionnement du système décimal, mais cette possibilité est exploitée différemment selon les manuels. Par ailleurs, une technique peut différer d'un manuel à l'autre. Par exemple deux techniques de soustraction se côtoient dans l'offre éditoriale et chaque collection ne propose pas une continuité du

CE₁ au CM₂ à cet égard.

Les partis pris didactiques sont donc des repères parmi les moins visibles pour le professeur des écoles. Ils ne sont pas toujours explicités (par exemple dans le guide pédagogique) et quand ils le sont c'est parfois de manière parcellaire. Il faut être souvent spécialiste des questions et effectuer une analyse approfondie pour révéler la nature des options prises pour l'enseignement et en estimer l'influence sur les apprentissages potentiels. En outre, certains éléments demandent de comparer les manuels d'un même niveau selon les collections et d'autres exigent de se pencher sur plusieurs années, voire l'ensemble de l'école primaire.

Utilisation des manuels dans des classes

Bien que s'appuyant sur un échantillon limité en nombre de classes, les observations directement effectuées lors de séances portant sur *Nombres et Calcul*, ainsi que les entretiens conduits auprès des enseignants concernés, permettent de mettre en évidence des régularités et des points de divergence entre les pratiques d'utilisation des manuels scolaires (Margolinas et Wozniak, 2009; Priolet, 2014). Si les manuels sont majoritairement déclarés présents dans les classes observées comme l'indiquaient déjà les résultats issus de précédentes enquêtes (IGEN), ils ne relèvent pas pour autant d'une utilisation régulière par le public auquel ils sont pourtant directement destinés : les élèves.

Manuel choisi. Manuel imposé

La polyvalence du métier d'enseignant en école élémentaire en France ainsi que le montant du budget alloué aux fournitures scolaires par les municipalités peuvent contraindre les professeurs des écoles à limiter parfois dans les classes la présence de manuels à quelques-unes des disciplines scolaires inscrites dans les programmes d'enseignement.

Dans le domaine des mathématiques, plusieurs travaux concernant notamment le cycle 3 ont déjà révélé la présence d'un manuel individuel dans près de 75 % des classes (Priolet, 2001 ; IGEN, 2006). La présente étude porte sur un échantillon composé de ce type de classes déclarées utilisatrices potentielles d'au moins un manuel scolaire de mathématiques. Elle révèle notamment que la présence de tel ou tel manuel ne résulte pas nécessairement du choix de l'enseignant de la classe qui s'est parfois senti contraint d'utiliser celui préalablement acquis par son prédécesseur. Les deux tiers des enseignants interrogés (8 sur 12) se trouvent en présence d'un manuel "déjà là". Cette situation conduit souvent à une utilisation peu fréquente dudit manuel qui se voit alors assimilé à une banque d'exercices.

Les principaux déterminants mis en avant par les enseignants pour choisir les manuels de mathématiques sont liés à leur contenu avec une préférence à la fois pour ceux qui contiennent une base volumineuse d'exercices et pour ceux qui associent aux exercices des indices de niveau de difficulté. La présence d'illustrations est signalée comme n'étant pas un critère de choix déterminant. La concertation au niveau de l'équipe enseignante en vue de la continuité des apprentissages des élèves d'un niveau à l'autre est rarement mentionnée (2 entretiens sur les 12), laissant à penser que le choix du manuel reste encore une démarche la plupart du temps individuelle.

Une grande variabilité dans l'utilisation des manuels

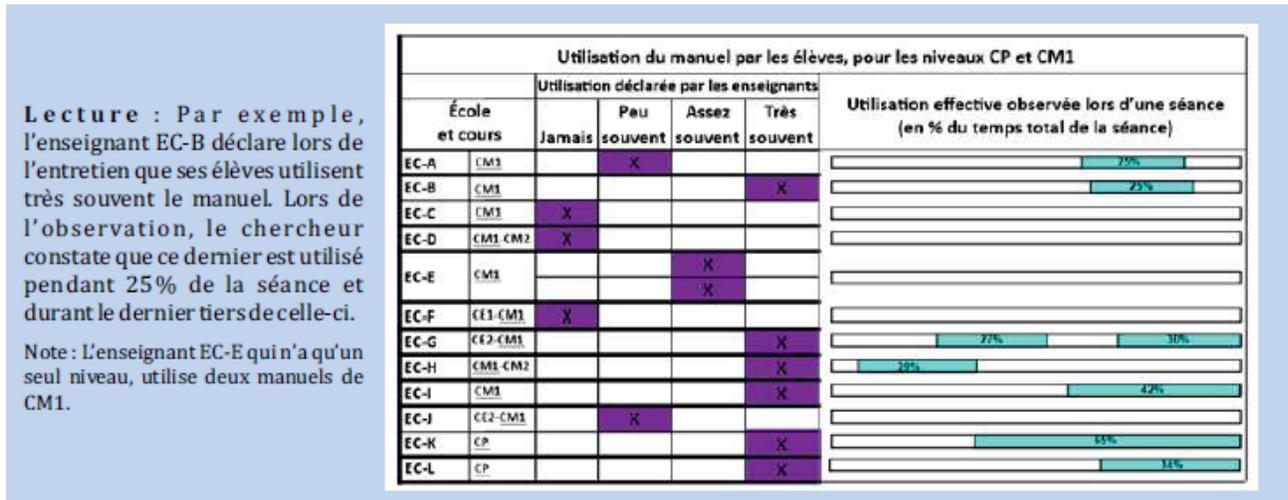
La présence d'un manuel de mathématiques à raison d'un exemplaire par élève ne signifie pas pour autant une utilisation effective de cet outil par les élèves. L'observation des séances révèle d'une part, que le manuel pourtant présent dans les classes de notre échantillon n'est pas mis à la disposition de chaque élève lors de chaque séance (dans près de la moitié des séances observées les élèves ne sont pas invités à en faire usage), d'autre part qu'il n'existe pas de modèle unique d'emploi du manuel scolaire (Figure 3).

Lorsque ce dernier est utilisé par les élèves au cours de la séance, sa durée d'utilisation varie entre 25 % et 65 % de la durée totale de la séance. Tant en CP qu'en CM₁, le manuel est la plupart du temps ouvert en dernière partie de séance et dès lors il est plutôt considéré comme recueil d'exercices. Les observations conduites en CP viennent confirmer la présence de supports- fichiers pré-remplis tenant lieu de cahiers annuels d'exercices qui placent les élèves dans un rapport à l'écrit extrêmement normatif et qui contraignent les enseignants à suivre la progression imposée. Pour les classes de CM₁, c'est le format-livre qui est utilisé, avec parfois des éditions obsolètes par rapport à la conformité aux programmes d'enseignement . L'observation de classes à cours multiples (CE₂-CM₁ et CM₁-CM₂) renvoie à des usages différents de ceux observés en classes à un seul cours ; le manuel est support d'une situation de découverte en autonomie pour un cours, par exemple le CE₂, pendant que l'autre cours travaille sous la conduite de l'enseignant, par exemple le CM₁.

Un recours très fréquent aux ressources en ligne

Malgré la profusion et la diversité de l'offre éditoriale et malgré la présence de manuels dans leur classe, y compris choisis par eux-mêmes, les enseignants se tournent vers d'autres ressources, en grande majorité accessibles gratuitement en ligne. Il s'agit pour ces enseignants de trouver une aide pour définir les contenus pédagogiques et didactiques des séances qu'ils vont mettre en œuvre ou pour compléter les apports du manuel présent dans la classe. Par exemple, pour effectuer leurs travaux de préparation dans les domaines de la numération et du calcul, ils téléchargent des exercices, des affiches, des supports de jeux mathématiques ou d'instruments tels que des droites graduées, mais aussi des fiches de préparation prêtes à l'emploi réalisées la plupart du temps par leurs collègues enseignants ; ils délaissent alors tout ou partie du guide pédagogique associé au manuel présent dans leur classe, et ce, au profit de ces fiches ou outils qui ne s'inscrivent pas nécessairement en cohérence avec les choix des auteurs dudit manuel.

Figure 3 – Utilisation du manuel par les élèves déclarée par les enseignants et utilisation effective constatée lors des observations



Cette attitude pose la question de la validation des savoirs recueillis. On se trouve alors face à une "tension entre deux modèles possibles : d'une part, celui de l'ensemble de ressources largement indépendantes,[...] et d'autre part, celui de l'ouvrage organisé autour d'une pensée." (Bruillard, 2010) (Bruillard, 2010).

Ajustements opérés et enjeux d'apprentissage

Certains ajustements opérés par les enseignants utilisateurs du guide pédagogique peuvent constituer des obstacles didactiques. Par exemple, en insérant lui même des graduations supplémentaires à une règle graduée, et ce à la place de l'élève, l'enseignant prive celui-ci du questionnement destiné à conduire à la compréhension de la densité de l'ordre des décimaux.

De même, l'emplacement dans certains manuels du savoir à apprendre, à proximité de la situation de découverte, interroge : il semble en effet difficile d'envisager la mise en œuvre d'un dispositif didactique visant la découverte d'un savoir nouveau, dès lors que celui-ci est exposé sur la même page que le problème à résoudre, voire même à proximité immédiate de l'énoncé dudit problème.

De plus, le programme prévu par l'enseignant dans sa programmation annuelle souvent inspirée des manuels, n'est pas toujours réalisé dans son intégralité. Si les enseignants de CM₁ interrogés déclarent donner priorité au domaine *Nombres et Calcul* par rapport à d'autres tels que la Géométrie, il n'en demeure pas moins que plusieurs d'entre eux, notamment ceux qui utilisent un manuel prévoyant le déroulement chronologique des séances du début à la fin de l'année scolaire mêlant ainsi tous les domaines, déclarent ne pas avoir le temps de traiter la notion de quotient décimal ou bien encore celle de valeur approchée, prévues souvent en fin de manuel. Dès lors, dans ces classes, ces notions ne seront pas abordées en CM₁ comme prévu dans les programmes. Ce constat n'est toutefois pas souligné par les utilisateurs de manuels à organisation par domaine.

En résumé, si le manuel constitue un guide incontournable avec des repères temporels pour bon nombre d'enseignants, il n'est toutefois pas garant de la mise en œuvre de la totalité du programme d'enseignement.

La diversité d'utilisation des guides pédagogiques fait écho à celle constatée par Remillard (2010) quand elle dit que "les formes d'engagement des enseignants peuvent amener à des utilisations tout à fait différentes d'une même ressource". Ces enseignants font preuve d'une ingénierie pédagogique pertinente avec souvent une volonté affirmée de recherche de solutions pour aider les élèves rencontrant des difficultés. Pour ce faire, ils sont en quête de supports variés, souvent à dimension ludique et ils se tournent vers des recherches en ligne. En revanche, la plupart des entretiens conduits dans ce contexte d'observation de classes révèlent le manque de références et de formation en didactique des mathématiques. C'est parfois au cours même de l'entretien que les enseignants s'aperçoivent de la limite de certaines propositions des manuels. Par exemple, plusieurs enseignants de CM₁ mesurent l'intérêt qu'il y aurait à privilégier d'emblée les termes liés au fractionnement de l'unité (dixièmes, centièmes, . . .) pour désigner oralement un nombre décimal au lieu de se limiter parfois, comme dans certains manuels, à une forme oralisée correspondant à la juxtaposition de deux nombres entiers. Ici se pose donc la question de la formation en didactique des disciplines pour ces enseignants polyvalents. Face à la diversité et à la profusion de l'offre et des moyens d'accès à différents supports pédagogiques, il semble nécessaire que les enseignants puissent avoir connaissance des travaux de recherche qui traitent de la numération et du calcul, afin qu'ils puissent porter un regard critique sur les différents supports et démarches préconisés et ainsi développer plus facilement une démarche réflexive sur leurs pratiques d'enseignement dans ce domaine spécifique.

Préconisations

Au vu des résultats de l'étude réalisée, les deux auteurs du présent rapport émettent les préconisations suivantes :

- **Développer la formation à l'utilisation des manuels scolaires** dans le cadre de formations initiale, continue ou à distance. Ces formations, tout en permettant aux enseignants de connaître et de comprendre la diversité de l'offre viseront d'une part à l'appropriation des contenus des manuels au regard des travaux de recherche et d'autre part à l'acquisition d'une posture réflexive sur l'utilisation du manuel scolaire.
- **Créer et favoriser la diffusion d'une banque de ressources en ligne** élaborées par des équipes pluricatégorielles (enseignants, formateurs, inspecteurs, chercheurs) : contenus didactiques, analyse commentée de manuels, séances de classes filmées montrant l'usage des manuels, etc.
- **Conduire une réflexion sur le statut du manuel scolaire et sur son évolution**, au regard des outils numériques (manuels numériques avec utilisation de tablettes et de tableaux blancs interactifs).
- **Étendre la réflexion engagée sur les manuels de mathématiques (volet *Nombres et Calcul*) à d'autres domaines des mathématiques et à d'autres disciplines**, compte-tenu de la polyvalence de l'enseignant du premier degré.

Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire - De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire

Introduction

La présente étude a été réalisée à la demande du Conseil national d'évaluation du système scolaire pour la conférence de consensus sur "Nombres et opérations". En relation avec cette thématique, elle porte sur la documentation scolaire présente dans le marché de l'édition, en analysant la nature, l'organisation et le contenu de manuels scolaires de mathématiques issus d'un échantillon extrait de cette offre éditoriale. Elle rend compte aussi de l'utilisation de cette documentation et de ces manuels dans les classes par des professeurs des écoles.

La définition pragmatique du "Manuel scolaire" choisie par le groupe d'Inspecteurs généraux rédacteur d'un rapport spécifique à cet outil (IGEN, 1998) a été retenue ; ainsi est considéré comme "manuel scolaire tout support pédagogique (livres ou fiches) qui doit être acquis par l'élève (lycée) ou qui est mis à sa disposition par l'établissement (école primaire et collège)." Par extension, cette étude concerne tout ouvrage relié ou broché susceptible d'être mis en classe à portée de main des élèves et conçu en relation avec les programmes d'enseignement. Pour l'analyse de l'offre de manuels sous un format numérisé, nous renvoyons au rapport de l'IGEN-IGAENR (2010) qui nous semble encore d'actualité.

Ont également été prises en compte dans la présente étude les ressources parfois dénommées "livre du professeur" ou "guide de l'enseignant", qui permettent de "mieux comprendre les transactions des professeurs avec les ressources curriculaires en mathématiques" (Remillard, 2010, p.201). L'expression "guide pédagogique" a été retenue pour désigner cette documentation annexée au manuel scolaire et destinée au professeur.

La commande a nécessité un champ d'investigation suffisamment large dès lors qu'en France chaque professeur dispose du libre choix d'utiliser ou de ne pas utiliser de manuels scolaires dans sa classe et de recourir aux titres de manuels de son choix dans une offre abondante liée à une autre liberté : celle du marché de l'édition scolaire.

Hormis quelques rapports de l'Inspection Générale de l'Éducation Nationale (IGEN, 1998; IGEN-IGAENR, 2010; IGEN, 2012), les publications officielles traitent peu des manuels scolaires et de leurs usages dans les classes. Tandis que les programmes nationaux d'enseignement de l'école élémentaire (MEN, 2008)¹ mentionnent que "l'appui sur un manuel de qualité pour chacun des volets de l'enseignement du français est un gage de succès", aucune allusion n'y est faite quant à l'usage des manuels de mathématiques.

1. Bulletin officiel hors-série n°3 du 19 juin 2008.

Pourtant le référentiel (MEN-CNDP, 2010)² qui définissait les compétences à acquérir par les professeurs des écoles indiquait clairement que le professeur était conduit "à apprécier la qualité des documents pédagogiques (manuels scolaires numériques ou non et livres du professeur associés, ressources documentaires numériques ou non, logiciels d'enseignement, etc. . .)". Cette référence explicite aux manuels scolaires ne se retrouve pas dans le nouveau référentiel (MEN, 2013)³; on peut toutefois considérer qu'elle est implicite lorsque sont évoquées les "ressources disponibles" dans la compétence invitant les professeurs à s'engager dans une démarche de développement professionnel.

En revanche, le manuel scolaire est bien présent dans la littérature scientifique comme l'attestent bon nombre de publications de recherche issues tant des sciences de l'éducation que des didactiques des disciplines (Choppin, 1992; Priouret, 1977; Gueudet et Trouche, 2010). Ce n'est que récemment, depuis le début des années 2000, que se sont développés plus spécifiquement les travaux sur l'utilisation des manuels dans les classes (Margolinas et Wozniak, 2009; Remillard, 2010; Bonnery et al., 2015).

L'étude demandée fait référence à ces différents travaux. Elle s'appuie aussi sur l'analyse de données empiriques recueillies dans le cadre d'enquêtes conçues et réalisées spécifiquement en vue de répondre aux questions posées : Quel état des lieux concernant les manuels de mathématiques traitant de l'approche du nombre et des opérations ? Quelles utilisations de ces manuels dans les classes ?

D'un point de vue méthodologique, il a été nécessaire d'établir dans un premier temps un inventaire de la documentation scientifique ainsi que de la documentation scolaire accessible aux professeurs des écoles à la rentrée scolaire 2014-2015 et traitant de l'apprentissage du nombre et du calcul. Dans un deuxième temps, une analyse descriptive de dix collections de manuels scolaires, issues de différentes maisons d'édition, a été réalisée et a permis de dégager les principales caractéristiques de chacune d'elles, du CP au CM₂, en mentionnant des points communs et des éléments de divergence. Une analyse plus détaillée s'en est suivie pour repérer les approches retenues par les auteurs de quatre de ces collections pour des étapes-clés : l'approche de l'écriture chiffrée des nombres entiers au CP, le traitement réservé aux quatre opérations et l'introduction des fractions et nombres décimaux au CM₁. Dans un troisième temps, la question du recours à cette "documentation scolaire" a été traitée à partir de l'observation de séances portant principalement sur le domaine "*Nombres et Calcul*" dans des classes de l'école élémentaire.

Le présent rapport se compose de quatre parties. La première vise à décrire l'offre éditoriale en documentation scolaire pour les mathématiques à l'école élémentaire. La deuxième établit des comparaisons de différents manuels de CP et de CM₁ quant aux approches du nombre et du calcul. La troisième partie est centrée sur l'analyse de quelques pratiques d'utilisation de manuels de mathématiques par des enseignants de l'école élémentaire. La dernière pose la question de la place de la documentation scolaire relative à l'approche du nombre dans le contexte d'enseignement apprentissage à l'école maternelle. Le rapport s'achève par quelques préconisations.

2. Bulletin officiel n°29 du 22 juillet 2010.

3. Bulletin officiel n°30 du 25 juillet 2013.

I La documentation scolaire en mathématiques pour l'école élémentaire à la rentrée scolaire 2014 : PROFUSION et DIVERSITÉ

1 L'offre éditoriale

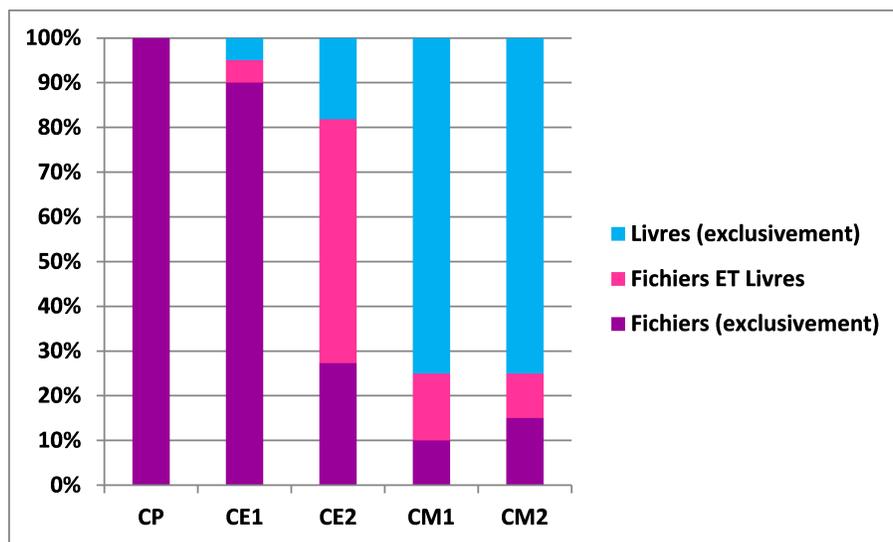
A L'offre à destination directe des élèves : les manuels scolaires

L'inventaire⁴ des manuels scolaires de mathématiques parus depuis 2008 et à destination des élèves de l'école élémentaire révèle la présence de plus de 120 titres⁵ répartis en 26 collections différentes issues de 12 maisons d'édition.

Dans cet ensemble documentaire (panel A-Annexe A), chaque manuel de mathématiques est systématiquement associé à un seul niveau d'enseignement, du CP au CM₂. Aucun n'est destiné spécifiquement à des classes à cours multiples, alors que près de 40 % des classes élémentaires en France sont des classes multi-niveaux⁶.

Par contre, chaque manuel fait partie d'une collection et peut prendre deux formes : livre ou fichier, ce dernier se présentant sous l'aspect d'un cahier personnalisé sur lequel l'élève écrit les réponses aux exercices. Des fascicules de synthèse peuvent accompagner les manuels. Les 26 collections recensées regroupent de un à au moins six titres, certaines d'entre elles offrant le choix entre le "support-livre" et le "support-fichier" pour un même niveau d'enseignement⁷. La figure 4 montre la répartition de cette offre "support livre" et "support fichier" pour chaque niveau d'enseignement.

Figure 4 – Répartition des manuels scolaires en "support-livre" et "support-fichier" par niveau d'enseignement



Pour les niveaux CP et CE₁, l'offre éditoriale est centrée quasi exclusivement sur le "support fichier", avec

4. Inventaire qui ne saurait être exhaustif en raison de la profusion de l'offre.

5. 122 titres composent notre recueil de données (en comptant séparément Fichier et Livre).

6. Note d'information (DEPP), n°41, décembre 2014.

7. C'est le cas par exemple pour *Cap Maths* CE₂ qui existe en "support-livre" et en "support-fichier", respectivement nommés par l'éditeur "Manuel de l'élève" et "Fichier d'entraînement"

une absence totale du "support-livre" parmi les 22 manuels inventoriés pour le niveau CP et seulement deux parmi les 21 manuels recensés pour le niveau CE₁. Cette présence massive de fichiers aux deux premiers niveaux de la scolarité élémentaire interroge sur la place réservée à l'entrée dans l'écrit mathématique. Dans ces "supports fichiers", force est de constater que les élèves sont contraints de s'inscrire la plupart du temps dans un format unique de réponse, dans un espace parfois très limité réservant peu de place pour la recherche de diverses solutions ou plus largement pour des essais de procédures.

Au CE₂, l'offre se répartit entre les deux types de supports⁸, avec douze collections qui proposent une version "Livre" et une version "Fichier" pour un même manuel. Pour les niveaux CM₁ et CM₂, l'offre est quasi-exclusivement composée de "supports livres".

La moitié des collections (13 sur 26) offre une série complète du CP au CM₂. Les autres sont parfois limitées à un cycle d'enseignement⁹, d'autres encore sont en cours¹⁰ de rédaction et de production. Cette volonté de continuité affichée par les maisons d'édition à travers l'élaboration de collections complètes ou partielles se traduit-elle pour autant par une permanence des auteurs et par une permanence dans les choix pédagogiques effectués pour chaque niveau d'enseignement ?

B Les auteurs des manuels

Le nombre d'auteurs de chacun des 48 manuels issus des dix collections du panel B¹¹ (Annexe Annexe B) varie entre deux et huit, avec pour huit de ces collections, une stabilité des équipes d'auteurs pour la rédaction de l'ensemble des ouvrages de la collection concernée.

Les auteurs, tous professionnels de l'éducation, exercent ou ont exercé des fonctions¹² diverses dans le système éducatif : enseignants-chercheurs maîtres de conférences, professeurs de mathématiques exerçant en école de formation des enseignants, formateurs de terrain (conseillers pédagogiques de circonscription, directeurs d'écoles d'application, professeurs des écoles maîtres formateurs), inspecteurs de l'éducation nationale, professeurs des écoles non formateurs.

8. CE₂ : Sur 22 titres, 18 "supports-fichiers" et 16 "supports-livres"

9. Par exemple, collection J'aime les maths pour CP et CE₁ et Au rythme des maths pour CE₂-CM₁-CM₂

10. C'est le cas de *Litchi* avec la parution du CM₂ en 2015 (ouvrage pris exceptionnellement en compte dans notre étude qui se limitait initialement à l'offre éditoriale présente à la rentrée scolaire 2014).

11. En vue d'une analyse plus fine, un panel B a été constitué à partir du panel A. Nous souhaitons sélectionner les collections les plus vendues. N'ayant pu disposer de ces données, le panel B a été constitué des 10 collections qui nous paraissaient les plus utilisées par les enseignants que nous rencontrons et les plus présentes dans les centres de documentation.

12. Citées ici par ordre alphabétique des noms de catégories.

Figure 5 – Auteurs de manuels répartis par catégories professionnelles et par collections de manuels

	EC-MCF	Form Maths	Prof Maths	PE	IEN	CPC
<i>Euro Maths</i>	X	X				
<i>J'apprends les maths</i>	X	X		X		
<i>Tous en Maths</i>	X			X		
<i>Maths Tout Terrain</i>	X			X		
<i>La Clé des Maths</i>	X	X		X	X	
<i>Pour comprendre les Maths</i>		X	X	X	X	
<i>Cap Maths</i>		X	X	X		
<i>Outils pour les Maths</i>				X	X	X
<i>Math +</i>				X		X
<i>Litchi</i>					X	X

Légende : MCF (Maître de conférences), Form (Formateur), PE (Professeur des écoles), Prof (Enseignant du secondaire), IEN (Inspecteur de l'éducation nationale), CPC (Conseiller pédagogique de circonscription)

En considérant ces auteurs, deux grandes catégories de collections de manuels peuvent être distinguées :

- une première catégorie dont les auteurs sont en majorité des enseignants-chercheurs ou des formateurs spécialisés en didactique des mathématiques, laissant ainsi augurer la prise en compte des travaux de recherche dans ces ouvrages. Des universitaires qualifiés en didactique des mathématiques sont par exemple présents dans l'ensemble des ouvrages des collections *Euro maths*, *Maths Tout Terrain*, *Tous en maths* ! Un maître de conférences en psychologie dirige la collection *J'apprends les maths*. D'autres spécialistes des mathématiques, en règle générale des professeurs agrégés formateurs actuellement en ÉSPÉ ou antérieurement en IUFM comptent parmi les auteurs (*Euro maths*, *J'apprends les maths*; *La clé des maths*; *Pour comprendre les mathématiques*), voire sont directeurs de collection (*Cap Maths*).
- Pour six de ces collections, des acteurs de terrain comptent également parmi les auteurs (CPC, IEN, PEMF, PE). Pour le septième, des professeurs des écoles ou des équipes sont cités en page de titre pour avoir testé ou relu le contenu desdits ouvrages.
- une seconde catégorie composée de manuels dont les auteurs sont exclusivement des acteurs de terrain (CPC, IEN, professeurs des écoles (PE)), par exemple *Litchi*¹³, *Outils pour les maths*; *Maths +*.

C Les guides pédagogiques

Les guides pédagogiques, ouvrages à dénomination variable¹⁴, recensés pour cette étude se présentent pour la plupart sous une forme papier. Certains éditeurs en proposent parfois un format électronique, offrant la possibilité d'un téléchargement gratuit.

De manière générale, ces guides sont structurés en trois parties :

- une première partie qui traite plus spécifiquement de l'aspect organisationnel du manuel, avec parfois des références institutionnelles. Elle se compose essentiellement d'un sommaire, d'un mode d'emploi du manuel de l'élève, d'indications sur le programme d'enseignement, de présentation de progressions ou de programmations,

13. à l'exception de *Litchi* CM₂ qui parmi les auteurs compte un professeur de Mathématiques

14. "guide pédagogique" (4), "livre du maître" (2), "guide du maître" (1), "guide de l'enseignant" (1), "livre du professeur" (1), "fichier-ressources" (1).

- une deuxième partie qui porte sur le contenu, parfois très détaillé, de chaque séance inscrite dans le manuel de l'élève,
- une troisième partie¹⁵ qui regroupe des supports la plupart du temps destinés à être photocopiés pour chaque élève ou à être utilisés collectivement.

Le contenu et le nombre de pages de ces guides pédagogiques varient selon les collections : les 48 ouvrages du panel B présentent un total de pages compris entre 159 (*Outils pour les maths* CM₁) et 383 (*Cap Maths* CM₁).

D Autres ressources à destination des enseignants

Outre ces guides pédagogiques associés directement à des manuels, on trouve de très nombreux ouvrages ou fascicules destinés aux enseignants et publiés soit par des éditeurs privés, soit par le SCEREN, actuel CANOPÉ. En lien avec la thématique de la présente étude basée sur "*Nombres et Calcul*", on peut citer "*Le nombre au cycle 2*"¹⁶ et "*Le nombre au cycle 3*"¹⁷, deux fascicules rédigés par des spécialistes de la discipline, coordonnés par deux Inspecteurs Généraux de l'Éducation Nationale et destinés aux enseignants et aux formateurs.

2 La place réservée au domaine "*Nombres et Calcul*" dans les manuels

La proportion de séances¹⁸ réservées au domaine "*Nombres et Calcul*" par rapport au nombre total de séances des autres domaines¹⁹ a été calculée pour les 48 manuels du panel B (figure 6).

15. Cette troisième partie est remplacée dans certaines collections par un fascicule spécifique destiné à être commercialisé séparément du guide du professeur.

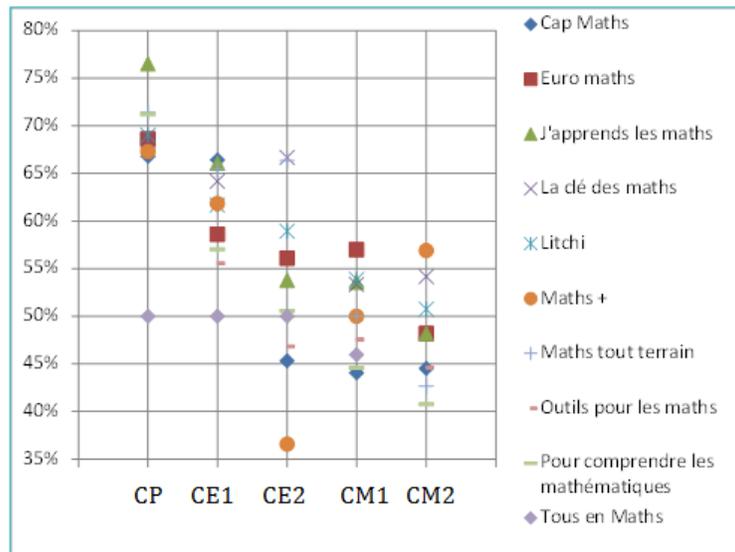
16. MEN-CNDP (2010)

17. MEN-CNDP (2012)

18. Dans cette étude, on entend par "séance" un ensemble de pages (de une à quatre selon les manuels) repéré par une numérotation ou un indice (disque coloré pour *Outils pour les maths*) et clairement identifié dans le sommaire ou la table des contenus du manuel. Cette "séance-manuel" ne préjuge en rien de la durée que l'enseignant réservera effectivement à sa mise en œuvre.

19. Les autres domaines correspondent à ceux des programmes 2008 : Géométrie, Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données.

Figure 6 – Proportion de séances dans le domaine "Nombres et Calcul" par rapport au nombre total de séances de chaque manuel du panel B.

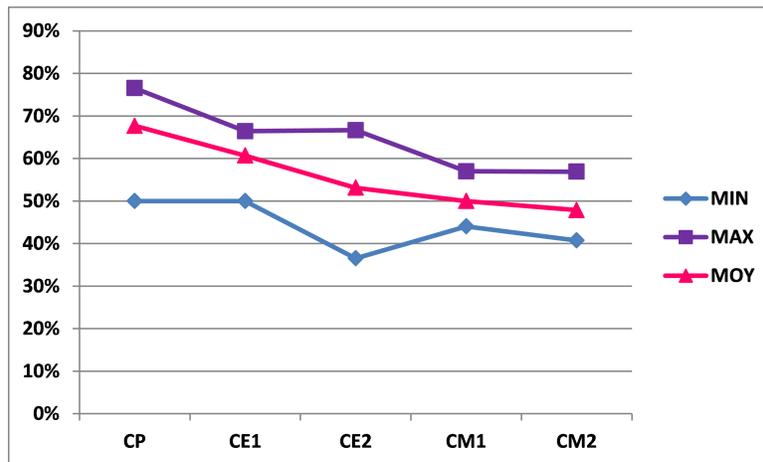


Le graphique (figure 7) permet, pour chaque niveau d'enseignement, de repérer les écarts entre la proportion la plus faible et la proportion la plus forte réservées au domaine "Nombres et Calcul". Il conduit aux constats suivants :

- en moyenne la proportion de séances réservées au domaine "Nombres et Calcul" diminue du CP jusqu'au CM₂,
- pour chaque niveau d'enseignement donné, il existe une forte disparité entre les différents manuels disponibles. Les écarts les plus grands se situent à deux niveaux : le CE₂ (37 % *Maths+* CE₂ vs 67 % *La clé des maths* CE₂) et le CP (50 % *Tous en Maths* CP vs 77 % *J'apprends les maths* CP).

C'est au niveau CM₁ que l'écart est le plus faible, laissant supposer un effet de l'introduction du chapitre "Fractions et décimaux" à ce niveau d'enseignement.

Figure 7 – Évolution du taux minimal, du taux maximal et du taux moyen du nombre de séances réservées au domaine "Nombres et Calcul" dans l'ensemble des collections du panel B.



MIN : Taux minimal constaté dans le niveau concerné.

MAX : Taux maximal constaté dans le niveau concerné.

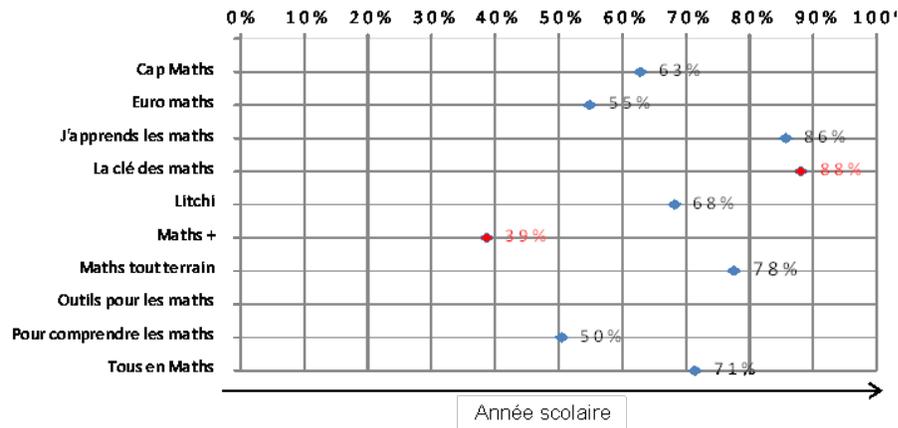
MOY : Taux moyen constaté dans le niveau concerné.

3 L'organisation du domaine "Nombres et Calcul"

Si la plupart des éditeurs ont conservé une "organisation linéaire" prévoyant le déroulement chronologique des séances du début à la fin de l'année scolaire, on constate que des éditeurs optent également pour une "organisation du manuel par domaine". En d'autres termes, toutes les séances qui concernent par exemple le domaine "Nombres et Calcul" sont regroupées sous un même onglet du manuel, laissant ainsi à l'enseignant le choix de l'organisation annuelle et le choix du rythme des séances. Toutefois, en comparant uniquement les manuels qui proposent une organisation linéaire, on remarque qu'il n'existe pas d'homogénéité entre les collections pour l'introduction de certaines notions. Dans l'exemple ci-après (figure 8), la technique opératoire de la multiplication à 2 chiffres dans les manuels de CE₂ est introduite à des périodes différentes de l'année scolaire (39 % vs 88 %) ²⁰.

20. Lecture de la figure 8 : pour *Maths +*, 39 % de l'année scolaire s'est écoulée avant l'introduction de la technique opératoire de la multiplication de nombres à (au moins) deux chiffres.

Figure 8 – Place de l'introduction de la technique opératoire de la multiplication à 2 chiffres dans les manuels de CE₂ extraits du panel B.



On en déduit qu'il n'existe pas d'homogénéité entre les différents manuels étudiés pour l'organisation du domaine "Nombres et Calcul".

4 L'apparence de la séance du jour

L'enseignant choisit le manuel selon certains critères et contraintes (Remillard, 2010; Margolinas et Wozniak, 2009) parmi lesquels l'apparence. Selon Remillard l'apparence réfère aux aspects visuels, de surface, ce que l'on voit. L'étude dans ce paragraphe concerne le panel B.

On relève que chaque "support-fichier" ou "support-livre" pris indépendamment reprend page après page une apparence quasi identique pour chaque séance. Pour un manuel donné, on retrouve ainsi tout au long des séances proposées dans l'année un même habillage (cadre, nom de rubriques), des couleurs identiques (un repérage couleur distingue souvent un découpage en périodes de l'année) et fréquemment des personnages qui interviennent pour indiquer les exercices à faire, pour poser des questions, pour symboliser des méthodes, pour se référer à des domaines (calcul mental, géométrie...) ou pour signaler les savoirs à retenir.

Au niveau des collections, on note avec des degrés divers une certaine homogénéité du CP au CM₂ (figure 9). On repère à nouveau une uniformité de la présentation, avec un découpage à l'aide de cadres, avec des titres, des logos, des numérotations, des choix graphiques et typographiques, des couleurs. Certaines collections ont en outre un "univers" reconnaissable, par exemple avec des personnages qu'on retrouve du CP au CM₂ évoluant dans un contexte identique : l'espace dans *Cap Maths* ou des activités mathématiques dans *J'apprends les maths*.

Figure 9 – Exemples de pages de séance : la collection *Litchi* CP, CE₂ et CM₂

<p><i>Litchi</i> CP fichier, p. 14</p>	<p><i>Litchi</i> CE2 fichier, p. 14</p>	<p><i>Litchi</i> CE2 livre, p. 14</p>	<p><i>Litchi</i> CM2 livre, p. 20</p>

Pour une même collection et un même niveau d'enseignement il y a de nombreuses ressemblances entre les versions "support-fichier" et "support-livre". Cependant il existe parfois des différences comme on le note dans les en-têtes des pages de *Cap Maths* concernant la typographie ainsi que la forme et le fond coloré de la numérotation des séances. On repère aussi dans la plupart des cas l'absence de photographies pour le "support-fichier" alors que celles-ci apparaissent sur le "support-livre", ce dernier présentant souvent une qualité de papier supérieure : ce constat est à mettre en relation avec l'usage du premier pour une seule année tandis que le second peut être réemployé.

Dans les collections du panel B, les personnages qui interviennent au fil des années scolaires sont de plus en plus âgés et les éléments ludiques de moins en moins fréquents. Cette évolution est repérable par exemple dans *Euro Maths* avec le changement d'illustrateur entre les cycles 2 et 3.

En outre, il apparaît que les fichiers de CP comportent des spécificités propres à ce niveau de classe, comme la forme, la fonction et la fréquence des illustrations, ou encore la numérotation des pages (avec une écriture chiffrée ou/et une écriture littérale). On peut faire l'hypothèse qu'elles sont liées aux connaissances des élèves, particulièrement à celles concernant la lecture et l'écriture, des nombres notamment.

5 La place des savoirs

La structure de la séance donne à l'enseignant et à l'élève des repères pour l'agencement des exercices et pour la place du savoir. Ces mêmes repères peuvent être utilisés en dehors de la classe par les enfants et par les adultes qui les aident. L'analyse de la structure d'une séance (Remillard, 2010) renvoie aux choix des contenus mathématiques et à la façon de les enseigner. Elle traite des représentations véhiculées par le manuel sur les concepts notionnels et sur les exercices ; elle renseigne en particulier sur la médiation des savoirs.

A Le format des séances

Dans les séances du jour, on retrouve essentiellement trois façons de traiter les notions mathématiques : un rituel, une reprise de notions anciennes (déjà étudiées) ou une introduction d'un savoir nouveau²¹. Dans les deux premiers cas il s'agit de rappels, d'entraînements, mais il est aussi possible d'approfondir les connaissances en investiguant par exemple leur champ d'application. Pour les rituels, ce processus est continu alors que pour les séances de reprises il peut y avoir un laps de temps important entre deux moments où une même notion est abordée. Le cas de l'introduction d'un savoir nouveau est différent. Si des connaissances anciennes peuvent aussi être mobilisées, elles sont stabilisées et ne sont plus, elles, enjeu d'apprentissage. En outre il est possible d'y formuler à terme un savoir à institutionnaliser.

Dans le panel B, on peut observer que tout au long de l'année les manuels reprennent de manière préférentielle un certain format pour les séances quotidiennes (figure 10).

Figure 10 – Les formats des séances. R : activités Ritualisées ; A : reprise de notions Anciennes ; N : introduction d'un savoir Nouveau

	Cap Maths	Euro maths	J'apprends les maths	La clé des maths	Litchi	Maths +	Maths tout terrain	Outils pour les maths	Pour comprendre les maths	Tous en Maths
CP	RAN	RN	RNA	RN	RN	RN	RN		RN	RN
CE1	RAN	RN	RNA	RN	RN	RN	RN	N	RN	RN
CE2	RAN	RN	RNA	RN	RN	RN	RN; RNA	N	RN; RNA	RN
CM1	RAN	RN	RNA	RN	RN	RN	RN; RNA	N	RN	RN
CM2	RAN	RN	RNA	RN	RN	RN	RN; RNA	N	RNA	

Chaque manuel d'un niveau de classe adopte le plus souvent un format stable (N, RN, RAN, RNA), seuls 4 manuels sur les 48 ne sont pas dans ce cas. Ce choix est majoritairement stable pour une collection donnée (8 collections sur les 10) mais différent selon les collections.

Les activités ritualisées sont présentes dans toutes les collections de ce panel sauf une. Une notion peut être traitée via un rituel avec une fréquence qui peut être quotidienne. La période de son étude peut aller jusqu'à l'année entière ou se restreindre à un ou plusieurs moments de l'année. Les rituels proposent le plus souvent du calcul mental, mais pas exclusivement.

Les formats RNA ou RAN indiquent des reprises quotidiennes de l'ancien qui suivent ou précèdent le traitement d'une notion que le manuel considère comme nouvelle. Ils se distinguent des autres par le fait que plusieurs notions sont à traiter le même jour. C'est un élément qui structure la gestion au quotidien de l'enseignant. Dans ces formats les mêmes savoirs sont repris plusieurs fois dans l'année, et ailleurs que dans les rituels, ce qui organise de manière spécifique la construction des apprentissages des élèves.

à l'opposé, les formats RN et N proposent de ne traiter, hors rituels s'il y en a, qu'un seul savoir par jour, un savoir présenté comme nouveau : ce dernier peut être néanmoins relié à des savoirs déjà introduits,

21. La notion de format utilisée dans ce rapport est à rapprocher de celle de contrat didactique développée par Perrin-glorian et Hersant (2003).

programmant ainsi sur l'année la progression d'une notion donnée. Il peut exister en outre des séances spécifiques, égrenées dans l'année, qui reprennent uniquement des connaissances anciennes. C'est le cas des séances d'entraînement avant bilan, séances qui peuvent être aussi proposées par les manuels adoptant les formats RNA ou RAN.

L'adoption de tel ou tel format permet donc de faire des hypothèses sur la façon de traiter l'apprentissage d'une notion : soit de manière ritualisée, soit d'un seul tenant suivi éventuellement de rappels (plus ou moins fréquents), soit via des reprises à différents moments de l'année pour approfondir et étendre les connaissances. L'étude menée ne permet cependant pas d'apprécier la variété de traitement selon la notion en jeu.

B L'introduction d'un nouveau savoir

Comment le savoir nouveau est-il introduit ? De manière schématique, indique-t-on explicitement un savoir (sous une forme décontextualisée, dépersonnalisée) aux élèves pour leur proposer ensuite des exercices d'application, ou bien ce savoir est-il construit via des activités préalables dans lesquels il intervient de manière contextualisée²² ?

Bonnery et al. (2015) ont montré l'évolution des supports pédagogiques entre les années 50 et nos jours. Les manuels d'alors proposaient un schéma général des savoirs vers leurs applications. Il s'agissait alors souvent de trouver les savoirs dans les premiers exercices, puis après leur formulation, de les appliquer dans les exercices suivants. Or actuellement, à propos des premières activités "différents cheminements dans les pages sont possibles, comme sont possibles différentes identifications d'objets de savoir, qui [...] peuvent être soit ponctuels, soit processuels" (ibid., 44). Ceci va dans le sens de ce qui a été constaté sur le panel B. En effet, une séance portant sur une nouvelle connaissance débute par ce que les auteurs nomment activité de découverte, préparatoire ou exploratoire. D'après les prescriptions des auteurs, elle doit permettre à l'enseignant de faire le lien avec le savoir nouveau à retenir. L'étude plus poussée sur l'introduction du sens des chiffres dans l'écriture des nombres au CP et celle des fractions et décimaux au CM₁ (partie 2 de ce rapport) montrent que ces activités permettent le plus souvent aux élèves de s'engager dans le problème posé en mobilisant plusieurs procédures. Il y a donc plusieurs objets de savoirs potentiellement à l'œuvre.

Les procédures ne sont pas toujours indiquées dans le guide pédagogique ni d'une manière générale ; il en est de même des aides dont dispose l'enseignant pour faire le lien entre les activités et le savoir à faire émerger²³. Ceci peut varier d'un manuel à l'autre, voire d'une collection à une autre. Certaines collections peuvent être homogènes à ce propos, en particulier celles qui sont réalisées par les mêmes auteurs du CP au CM₂.

22. Par exemple comme solution d'un problème ponctuel ou simplement à partir d'observations. Rey (2001) distingue trois types de dispositifs didactiques. Ils sont explicités dans la 3ème partie de ce rapport.

23. Mounier (2013) montre la complexité du travail spécifique de l'enseignant pour faire émerger le savoir à partir de l'activité réelle des élèves (phase de bouclage).

C La place des textes de savoir

Figure 11 – La disponibilité des textes de savoir pour l'élève

	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
Cap Maths	ref	ref	ref	ref	ref
Euro maths	ref	ref	ref	ref	ref
J'apprends les maths avec Picbille	Abs	ref	ref	jour	jour
La clé des maths	ref	ref	jour	jour	jour
Litchi	Abs	Abs	jour	jour	jour
Maths +	jour	jour	ref	ref	ref
Maths tout terrain	jour	jour	jour	jour	jour
Outils pour les maths		jour	jour	jour	jour
Pour comprendre les mathématiques	ref	ref	ref	jour	jour
Tous en Maths	ref	ref	ref	ref	
Légende	Abs	Abs : Absence de texte de savoir.			
	jour	jour : Texte de savoir présent fréquemment dans la séance du jour.			
	ref	ref : Texte de savoir présent mais non systématiquement dans la séance du jour.			

Cinq des dix collections sont homogènes sur l'ensemble des cycles 2 et 3²⁴. Deux d'entre elles proposent systématiquement des textes de savoir disponibles à l'élève sur la séance du jour.

On trouve rarement des manuels élèves sans indication de savoir (3 manuels sur 48) et ils sont uniquement au cycle 2 (2 manuels de CP, 1 de CE₁).

Les manuels qui présentent un texte de savoir dans la séance du jour sont plus nombreux quand le niveau de classe est plus élevé : 2 manuels sur 9 au CP, 3 sur 10 au CE₁, 4 sur 10 au CE₂, 6 sur 10 au CM₁, 6 sur 9 au CM₂.

On peut penser que plus les élèves sont âgés plus ils sont autonomes pour aller chercher l'information (y compris en dehors de la classe). Ils peuvent alors se référer au texte de savoir de leur propre initiative, avant que celui-ci ne soit introduit par une séance de découverte, rendant la fonction de cette dernière caduque. On retrouve pour ces élèves un schéma classique des savoirs vers leurs applications, à l'encontre de celui prescrit par le manuel.

24. Les textes de savoirs élaborés par les enseignants peuvent en outre prendre des formes différentes selon le degré de dépersonnalisation (savoir partagé par tous) et de décontextualisation (la portée du savoir) comme le montrent les travaux de Denis Butlen, Monique Charles Pézard et Pascale Masselot. Dans ce paragraphe le focus est mis sur la disponibilité des textes de savoir dans les documents réservés à l'élève (livre ou fichier, fascicules dédiés).

II Les manuels scolaires de mathématiques et leurs rapports à l'approche du nombre, à la numération et au calcul.

1 Les écritures chiffrées des nombres entiers au CP

A Enseigner les écritures chiffrées au CP

Quelle place des écritures chiffrées (EC) par rapport aux noms des nombres ? Quelles situations d'apprentissages ? Il existe deux numérations usuelles qui sont objet d'apprentissage à l'école : la numération orale et la numération écrite chiffrée. Une analyse épistémologique et sémiotique montre l'écart entre leur structure (Mounier, 2010). Dans notre société la première sert à désigner les nombres par un nom, la seconde à les désigner par écrit. Pour autant d'un point de vue épistémologique l'une n'est pas la forme écrite de l'autre. Les différences sont particulièrement visibles lorsqu'on emploie la numération orale pour faire un calcul mental et la numération écrite chiffrée pour un calcul posé. En français, la forme écrite de l'oral [karãtdØ] est l'écriture littérale "quarante-deux" et non pas l'écriture chiffrée "42", comme les élèves de CP l'ont pourtant vu à la maternelle (pour les nombres jusqu'à trente). Ce passage de l'oral [karãtdØ] à l'écrit "42" ne correspond pas aux règles du passage de l'oral à l'écrit dans l'apprentissage du français. . . qui est justement un enjeu du CP. Cet écueil est visible quand des élèves transcrivent [karãtdØ] par 402 : on lit quarante (40), deux (2).

Deux grands itinéraires sont possibles dans l'enseignement (Mounier, 2010). Un premier consiste à étudier conjointement les deux numérations en faisant apparaître des principes décimaux. Un deuxième consiste à les étudier séparément, faisant apparaître les principes propres à chacune, pour ensuite établir des liens. Que l'on choisisse l'un ou l'autre, un des objectifs au CP est que les élèves puissent percevoir la signification des chiffres pour les nombres désignés par 0 à 99. Il s'agit de voir que le chiffre de gauche renvoie à un nombre de dizaines et celui de droite à des unités dont le nombre est insuffisant pour constituer une dizaine, alors que le signe composé des deux chiffres indique un nombre. Il est donc question de distinguer des signes (les chiffres) et leur valeur (une unité = un, une dizaine = dix)²⁵ selon leur position RÉSPÉctive²⁶.

Cet apprentissage est source d'écueils²⁷, notamment du fait de la place de l'écrit par rapport à l'oral comme il a été énoncé ci-dessus, mais aussi des problèmes de conceptualisation liés aux groupements, et donc à la dizaine. En effet, pour les élèves arrivant en CP, les nombres sont souvent perçus essentiellement via leur nom (et des activités de comptage) et l'EC se restreint à la transcription écrite de ce nom. Ainsi, il leur est difficile de concevoir qu'une autre désignation que le nom puisse renvoyer au nombre. Pour eux une dizaine c'est avant tout un groupement matérialisé : il ne désigne donc pas un nombre.

25. Puis au CE₂, dix dizaines = une centaine = cent, etc. Il s'agira alors aussi de percevoir dans douze dizaines aussi bien une centaine et deux unités que cent-vingt unités C'est la notion d'unité de compte qui est sous-jacente (Tempier, 2013; Chambris, 2008), le mot unité étant par ailleurs polysémique.

26. Évoquée ici par "droite" et "gauche", mais ce n'est pas le vocabulaire qui sera nécessairement pertinent pour les élèves, la latéralité étant encore en voie d'acquisition au CP. En outre, le fait de positionner les chiffres en ligne permet de sous-tendre un ordre.

27. Voir par exemple Fayol (Fayol, 1990, 2012) et Mounier (Mounier, 2010, 2013).

B Résultats

Les résultats sont présentés à partir du tableau suivant (figure 12), des précisions sur les manuels sont consultables à l'Annexe C.

Figure 12 – Progression du champ numérique dans l'année et, en gras, place de la séance d'apprentissage sur le sens des chiffres

Pour comprendre les maths 2008	1 à 16	Jusqu'à 22	Jusqu'à 32	1 à 60	Jusqu'à 59	Jusqu'à 79	Jusqu'à 99
	40%			60%			
J'apprends les maths 2012	1 à 10	11 à 20		1 à 59	Jusqu'à 59	Jusqu'à 79	Jusqu'à 99
	43%			57%			
Cap Maths 2009	1 à 16	11 à 19	Jusqu'à 39	Jusqu'à 59	1 à 99	Jusqu'à 79	Jusqu'à 99
	47%				53%		
Euro Maths 2011	Jusqu'à 27	Jusqu'à 30	Jusqu'à 40	Jusqu'à 69	1 à 69	Jusqu'à 99	
	50%				50%		

Lecture : Pour *Cap Maths*, 47 % de l'année s'est écoulée au moment de l'institutionnalisation de la valeur des chiffres selon leur position.

Les points communs

L'explicitation du sens des chiffres est introduite sensiblement au même moment de l'année. Les écritures chiffrées sont toujours travaillées en amont en tant que forme écrite des noms des nombres. L'itinéraire d'enseignement suivi est toujours le même : étudier conjointement les deux numérations en faisant apparaître les principes décimaux derrière les signes (Mounier, 2010). Cette uniformité cache cependant beaucoup de différences.

Des différences sur la place relative des nombres, leur nom et leur écriture chiffrée

Le champ numérique abordé en amont des séances institutionnalisant la valeur d'un chiffre selon sa position est différent pour les 4 collections étudiées. Il s'étend des nombres de un à vingt pour *J'apprends les Maths*, aux nombres jusqu'à soixante-neuf pour *Euro Maths*. Cela révèle un travail à chaque fois spécifique concernant l'articulation des deux systèmes de numération.

Trois manuels choisissent de relier l'EC à l'organisation de collections en dizaines et unités que les élèves sont amenés à constituer. Deux manuels sur ces trois, *Euro Maths* et *Cap Maths*, proposent des situations qui bien que différentes amènent effectivement les élèves à constituer des collections organisées en dizaines manipulables et unités, cette forme étant rendue obligatoire par les conditions matérielles imposées. En outre, certaines des difficultés liées à ces activités sont anticipées, en particulier dans *Euro Maths* celles liées à l'énumération.

Dans ces deux manuels l'étape suivante dans l'apprentissage, le lien entre l'organisation et les chiffres des EC, s'effectue sur des nombres dont les élèves connaissent déjà le nom et l'EC. Il va donc s'agir de donner une explication aux écritures chiffrées : pourquoi le nom d'un nombre est-il transcrit ainsi avec les chiffres ? Ceci ne permet pas d'aborder les questions relatives aux spécificités des écritures chiffrées adoptées²⁸. L'analyse de l'activité proposée par *Pour comprendre les maths* pour constituer des collections organisées par les élèves montre qu'elle conduit difficilement les élèves à constituer d'eux-mêmes des groupes de dix : les écueils, tels que l'énumération sur des collections non manipulables ou encore la nécessité de constituer des dizaines, ne sont pas envisagés en amont, bien que certains soient indiqués dans le guide pédagogique. Ensuite, a contrario des deux précédents, ce manuel demande d'écrire la quantité pour des nombres dont l'élève ne connaît pas a priori le nom. Cela permet d'aborder les questions relatives aux spécificités des écritures chiffrées adoptées. On ne relève cependant aucune indication sur l'exploration de ces spécificités : pour résoudre ce problème du codage de l'organisation, le professeur indique aux élèves de considérer l'EC déjà employée sur des nombres plus petits.

J'apprends les maths avec Picbille ne propose pas aux élèves de problème amenant à constituer des collections organisées. En effet, une suite de collections est constituée par ajouts successifs de un (jeton) et on demande de les organiser avec un matériel fourni avec le manuel, les boîtes de *Picbille*. On construit ainsi avec ce matériel des files numériques de jetons organisés. L'EC est associée au fur et à mesure pour écrire le nombre de boîtes et de billes seules, et le nom des nombres est aussi introduit : les deux numérations sont donc construites conjointement. Dans la progression, une attention particulière est tout d'abord portée aux nombres inférieurs à vingt pour lesquelles une boîte au plus est nécessaire et dont les noms (de onze à seize) ne peuvent pas tous explicitement renvoyer à la dizaine. Le lien entre la file numérique avec les boîtes et les écritures chiffrées repose sur un algorithme unique et peu complexe qu'il s'agit d'apprendre.

Sur la dizaine

Aucun manuel n'aborde le fait de pouvoir constituer d'autres types de groupement que des dizaines, bien que certains signalent ou utilisent des groupements par cinq. Deux manuels, *Euro Maths* et *Pour comprendre les Maths*, choisissent de proposer aux élèves des situations d'échanges (entre dix objets isolés et un assemblage de dix) et un manuel, *J'apprends les maths avec Picbille*, reprend toute l'année un même contexte pour construire les numérations, contexte dans lequel les dizaines sont matérialisées avec des boîtes.

La question du traitement de la conceptualisation de la dizaine est difficile à analyser. Il faudrait en particulier explorer l'ensemble des exercices qui sont posés aux élèves, leur potentialité problématique et la variété des contextes proposés.

Des différences sur la nature des situations d'apprentissage et le savoir en jeu

La séquence d'apprentissage est plus ou moins longue selon les manuels (jusqu'à 5 séances) et peut se faire d'un seul tenant ou non (*Euro Maths* le fait en plusieurs fois).

28. D'autres choix sont en effet envisageables pour indiquer le nombre constitué par quatre dizaines et deux unités : X.X.X.X II ; 4X 2 ; 2 4X ; 2 4 ; 4 2, etc.

Aucune n'est réellement une situation problème²⁹. Les manuels découpent l'apprentissage en deux étapes, constitution d'une collection avec des dizaines puis codage de celle-ci par écrit. La première étape ne peut-être une situation-problème pour *J'apprends les Maths avec Picbille* et *Euro Maths* puisqu'on demande aux élèves directement de les organiser en dizaines et unités via un matériel spécifique. Pour *Cap Maths*, la constitution de dizaines est solution du problème. Cependant la nécessité de faire des dizaines provient de contraintes matérielles. Le choix du type de groupement n'y est donc pas questionné, contrairement à *Pour comprendre les Maths*, mais pour ce dernier l'analyse montre que les élèves auront des difficultés à comprendre la tâche. La deuxième étape, le codage d'une organisation, n'est pas problématisé dans *J'apprends les Maths* : il s'agit d'appliquer un algorithme qui permet de poursuivre la construction de la suite des écritures chiffrées. Le problème posé dans les autres manuels est celui de donner du sens aux écritures chiffrées déjà vues par les élèves. Dans *Cap Maths* et *Euro Maths* il se fait par une situation dans laquelle l'écriture apparaît comme nécessaire pour résoudre un problème (écrire la quantité pour communiquer).

Des différences sur la nature du savoir prescrit

Un texte de savoir est accessible à l'élève dans un seul manuel, via son fichier. Pour le reste, les indications sont sur le guide enseignant. Ces textes demandent plus ou moins d'adaptations pour être accessibles aux élèves.

Ainsi, dans *Pour comprendre les maths* le savoir à institutionnaliser est indiqué de manière décontextualisée sans faire référence à des exemples, alors que les textes des autres manuels s'appuient le plus souvent sur des exemples. Parfois il peut s'agir d'un exemple qui est peut être générique (*Cap Maths*). Des éléments de justification sont parfois donnés (*Cap Maths*) ou bien il s'agit de rappeler les procédures à utiliser (*J'apprends les maths avec Picbille*).

Le savoir qui permet de relier la valeur des chiffres à leur position porte sur le lien entre l'EC et une organisation de collection. Dans *Pour comprendre les maths* ce n'est pas ce qui est à indiquer aux élèves puisqu'il s'agit de leur dire : " Nous avons appris à compter des objets en faisant des paquets de dix". Dans les indications pour mener la séance, il est cependant préconisé d'apporter une attention particulière sur le fait de ne pas inverser les chiffres. Le savoir prescrit par les autres manuels porte bien sur le lien entre l'EC et une organisation de collection.

On remarque que pour indiquer ce savoir les manuels recourent aux écritures chiffrées ou/et aux écritures littérales. Ceci permet de distinguer le nom des nombres (numération orale) et le système de numération des EC. Les indications relevées pour informer le lecteur à ce sujet ne permettent pas facilement de lever les ambiguïtés sur certains passages : dans $42=40+2$, fait-on référence au système des EC, au nom des nombres, aux deux ? Il subsiste une autre difficulté que les manuels n'abordent pas. Comment indiquer le savoir aux élèves ? À l'oral un terme tel que "quarante-deux" peut à la fois signifier le nom du nombre et son EC. A contrario, à l'écrit "42" peut renvoyer à l'écriture chiffrée (un 4 suivi d'un 2) ou à l'oral "quarante-deux".

29. Au sens de Pfaff et Fenichel (2005) Donner du sens aux mathématiques, Bordas, 2 tomes.

Des différences sur la place des deux numérations après l'introduction de la valeur des chiffres selon leur position

L'exploration de la logique sous-jacente à la numération orale en français consiste en la reprise de la comptine de un à dix-neuf à partir du mot-nombre "soixante" puis du mot-nombre "quatre-vingts" (Mounier, 2010, 2012). Or on ne la retrouve pas nécessairement dans les manuels. Il semble qu'après l'introduction du sens des chiffres la logique décimale des EC prévale sur celle de la numération orale : "soixante-dix" et "quatre-vingt-dix" sont alors présentés comme des irrégularités.

Conclusion

Les quatre manuels de CP analysés empruntent le même type d'itinéraire d'enseignement. Les situations d'apprentissage se basent toutes sur des collections dont il s'agit de coder l'organisation. On trouve néanmoins des différences importantes quant à la nécessité de faire ces organisations et à l'anticipation des écueils pour réaliser la tâche. Le choix de recourir à des groupements, tous les mêmes, des groupements par dix et de manière maximale, ne semble pas questionné. Il en est de même pour les choix relatifs à l'adoption de l'EC par rapport à d'autres écritures envisageables pour coder une quantité.

Les manuels anticipent de manière très différente les difficultés relatives à la conceptualisation de la dizaine : les échanges sont présents dans certains et pas d'autres, le matériel utilisé est différent, comme le sont les recours aux appuis sur le nom des nombres, sur les décompositions et sur des représentations diverses.

Peu d'informations explicites sont fournies sur l'usage des EC et des noms des nombres dans les interactions en classe. Les deux numérations pourraient alors en venir à n'en faire plus qu'une, disponible en sa version écrite (régulière) et sa version orale (présentée comme irrégulière)³⁰.

2 Les nombres décimaux et les grands nombres au CM₁

A Les nombres décimaux

L'introduction des nombres décimaux au CM₁

La terminologie "Fractions et décimaux"³¹ est utilisée ici en référence à celle fréquemment mise en avant dans les manuels scolaires de mathématiques.

Dès les années 80, des recherches (Douady et Perrin-Glorian, 1986; Brousseau et Brousseau, 1987) sur l'enseignement apprentissage des décimaux ont d'une part, analysé les erreurs et mis en évidence les procédures produites par les élèves, d'autre part, questionné les pratiques d'enseignement, renvoyant notamment à l'articulation et à la progression entre l'introduction de l'écriture à virgule et celle de l'écriture fractionnaire. Bolon (1992)(p.74) a indiqué sa "préférence pour l'introduction des décimaux non usuels par les fractions".

30. Il est à signaler que les travaux en didactique ont montré l'intérêt pour l'apprentissage de disposer de plusieurs façons distinctes de désigner les objets mathématiques comme les nombres, afin d'en faire découvrir plusieurs aspects de manière dialectique (Douady, 1984).

31. Un nombre décimal est un rationnel qui peut être écrit sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de dix. (Exemple : $7/20$ est un décimal car c'est $35/105$)

La question de l'importance à accorder à la progression des séances liées à l'introduction des fractions puis des écritures à virgule reste d'actualité. Elle est soulignée dans l'un des documents de la collection "Ressources pour faire la classe" développée par la Dgesco (MEN-CNDP, 2012, p.84) et elle se trouve confortée par les résultats aux évaluations nationales (Chesne, 2014, p.205) qui continuent à révéler des erreurs persistantes pour un certain nombre d'élèves. Ces constats conduisent ici à questionner le contenu des manuels scolaires. Même si une confrontation des élèves avec des écritures à virgule pour l'utilisation de la monnaie ou avec des expressions telles que : "*double, moitié ou demi, triple, quart d'un nombre entier*" pour des nombres et des partages se situe en amont de ce niveau d'enseignement³², l'analyse de manuels portera ici sur le seul niveau CM₁, année d'introduction et d'enseignement de l'écriture fractionnaire et de l'écriture à virgule.

L'introduction de l'écriture à virgule au CM₁. Points communs et différences entre manuels

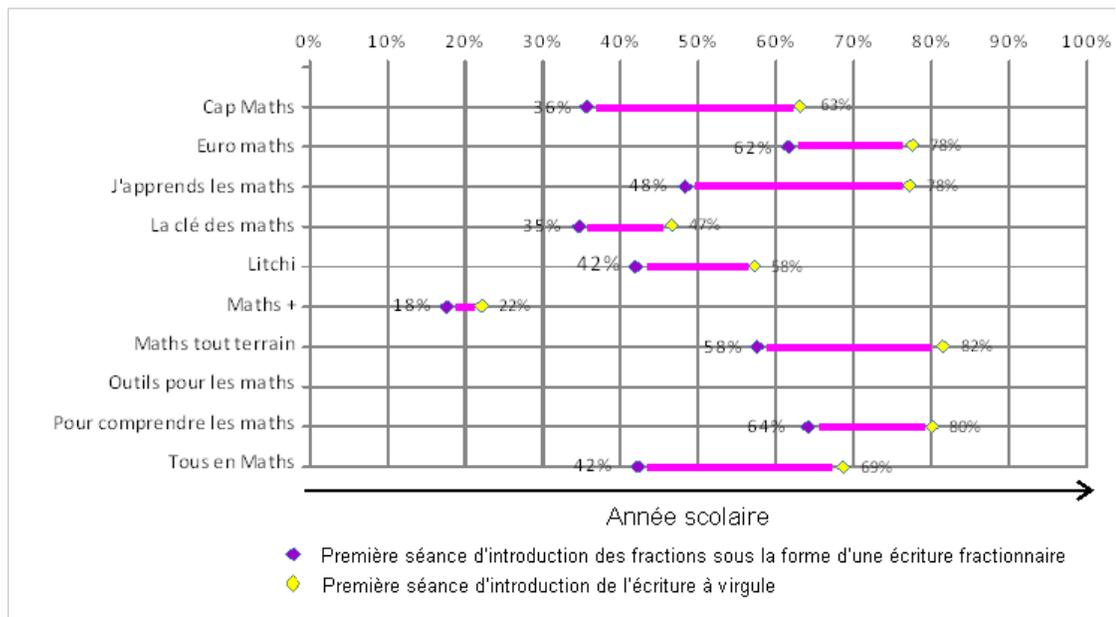
Dans un premier temps, une étude de type quantitatif basée sur l'analyse documentaire de neuf manuels à progression par période³³, extraits du panel B a été conduite. Elle a permis de repérer dans le déroulement de l'année scolaire de CM₁ les choix effectués par les auteurs, à la fois pour la première séance d'introduction des "fractions" sous la forme d'une écriture fractionnaire et la première séance d'introduction de l'écriture à virgule³⁴. Le graphique (figure 13) permet aussi de visualiser la durée qui sépare ces deux séances introductives. S'il révèle un consensus sur l'antériorité de l'introduction de l'écriture fractionnaire par rapport à l'introduction de l'écriture à virgule, il permet aussi de mettre en exergue pour l'année scolaire de CM₁ des divergences concernant la période d'introduction de ces écritures, fractionnaire et à virgule, et des notions afférentes.

32. Comme le précisent les tableaux de repères pour l'organisation des apprentissages par les équipes pédagogiques (MEN, 2008).

33. Compte tenu de son organisation par domaine, le manuel *Outils pour les maths* n'a pas été pris en compte pour cette analyse.

34. Ne sont pas comptées ici les séances portant strictement sur les opérations sur les décimaux.

Figure 13 – Durée entre la séance introduisant les fractions sous la forme d'une écriture fractionnaire et la séance introduisant l'écriture à virgule



On constate qu'au niveau CM_1 , selon les manuels utilisés, les élèves seront plus ou moins tôt dans l'année scolaire confrontés à l'écriture fractionnaire. L'introduction de cette écriture varie entre la première période de l'année scolaire (*Maths +*) et la quatrième période (*Euro maths*; *Pour comprendre les maths*)³⁵. De même, la période d'introduction de l'écriture à virgule n'est pas fixe. Elle varie entre la fin de la deuxième période³⁶ (*Maths +*), c'est-à-dire avant la fin du premier trimestre et le début de la cinquième période pour d'autres manuels (*Maths Tout Terrain*; *Pour comprendre les mathématiques*).

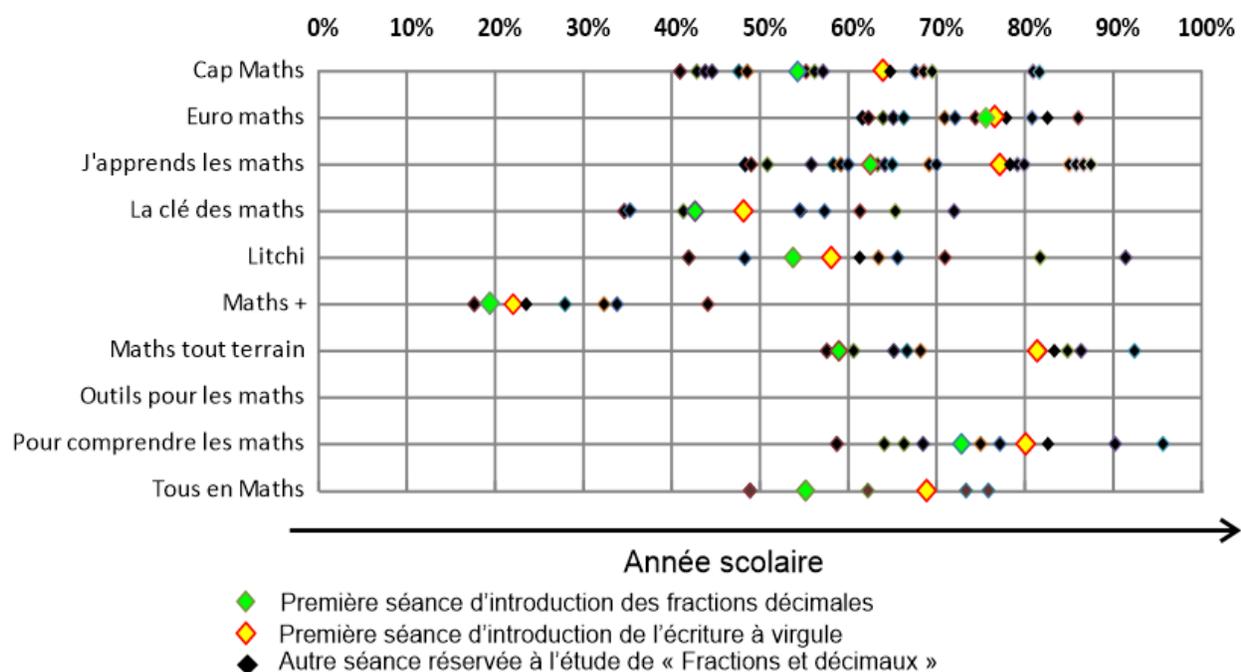
Cette durée entre les deux phases introductives d'écriture fractionnaire et d'écriture à virgule ne laisse toutefois préjuger ni du temps d'exposition des élèves aux fractions ni de la place accordée aux fractions décimales. Une analyse plus fine a permis de comparer entre ces neuf manuels du panel B le nombre de séances ayant pour notions principales les fractions ou les nombres décimaux, à l'exclusion des séances portant strictement sur les quatre opérations qui, elles, font l'objet d'une analyse spécifique dans le chapitre "Opérations" du présent rapport.

35. Toutefois, cette diversité ne dit rien sur le traitement de ces écritures. Une étude complémentaire portant spécifiquement sur l'introduction des fractions permettrait de s'intéresser au contexte de cette introduction et sur la perception d'un nombre derrière une écriture fractionnaire.

36. L'année scolaire est constituée de cinq périodes.

Figure 14 – Répartition des séances sur "Fractions et décimaux".

Place de la séance introduisant les fractions décimales et place de celle introduisant l'écriture à virgule



On relève (figure 14) une variabilité entre les manuels :

- avec une répartition non homogène des séances précédant ou suivant l'introduction de l'écriture à virgule : 3 séances avant vs 6 séances après (*Litchi*) ; 9 séances avant vs 4 séances après (*Euro maths*)
- avec un nombre variable de séances entre l'introduction des deux codages (écriture fractionnaire ou écriture à virgule)
- avec un nombre variable de "séances-manuels"³⁷ réservées à "Nombres et décimaux" : 18 % des séances (21 sur 120) dans *J'apprends les maths* ; 13 % des séances (6 sur 45) dans *Tous en Maths* ; 11 % des séances (10 sur 93) dans *Litchi*.

Il ressort de cette approche que tous les élèves de CM₁ ne sont pas tous exposés pendant la même durée à l'écriture fractionnaire et à l'écriture décimale. En revanche, la progression reste la même dans tous les manuels étudiés en commençant par l'apprentissage des fractions, en poursuivant avec les fractions décimales et en se terminant avec l'écriture à virgule.

L'apprentissage des nombres décimaux. Points communs et différences entre manuels

Dans un deuxième temps, nous nous intéressons aux erreurs récurrentes constatées lors des évaluations nationales (*Chesne, 2014, p.130*) qui révèlent que de nombreux élèves assimilent un nombre décimal à deux nombres entiers juxtaposés et séparés par une virgule.

37. La "séance-manuel" est composée de une à quatre pages selon les manuels. Elle est identifiable par une numérotation ou un indice dans le sommaire ou la table des contenus du manuel. Cette "séance-manuel" ne préjuge en rien de la durée que l'enseignant réservera effectivement à la mise en œuvre.

Selon **Brousseau et Brousseau (1987)**, cet obstacle est lié à la densité³⁸ de l'ensemble des décimaux. Il s'agit donc d'un obstacle de type épistémologique. Ainsi certains élèves appliquent à l'ensemble des décimaux certaines propriétés de l'ensemble des entiers naturels (ordre discret : il n'y a pas d'entier entre deux entiers consécutifs). La présente étude va permettre d'analyser en quoi les manuels scolaires visent à aider les élèves à dépasser les difficultés repérées ou au contraire sont susceptibles de renforcer certaines représentations erronées du nombre décimal.

Pour l'analyse, deux entrées sont retenues ici : la désignation orale ainsi que le passage entre différentes représentations des nombres décimaux (écriture fractionnaire, désignation orale, écriture décimale, représentation iconique).

L'analyse porte sur 8 manuels de CM₁ du panel B et 2 manuels³⁹ du panel A accompagnés des documents qui leur sont annexés⁴⁰.

Des divergences dans les désignations orales des nombres décimaux

Trois catégories de manuels peuvent être distinguées :

- les manuels qui alertent sur la désignation orale du nombre et fournissent des exemples soit dans la partie liée à "la leçon"⁴¹ soit dans la partie "exercices".

Ces manuels renvoient explicitement à la lecture de la partie décimale en employant les expressions liées aux dixièmes de l'unité (Par exemple 30,18 se lit trente unités et dix-huit centièmes). Cinq manuels du panel retenu entrent dans cette catégorie avec toutefois quelques variantes portant sur l'emploi des termes "virgule" ou "unité". Des exemples empruntés à chacun de ces manuels figurent à l'Annexe D.

- les manuels qui présentent l'écriture à virgule sans toutefois en mentionner explicitement une désignation orale. Dans ces manuels, il n'est pas indiqué de manière explicite comment se dit ou comment se lit le nombre décimal. Un manuel du panel retenu entre dans cette catégorie (Annexe D).
- les manuels qui prévoient une désignation orale sous la forme de juxtaposition de deux nombres entiers.

C'est le cas pour 3 manuels du panel retenu (Annexe D) qui renvoient dans la phase d'institutionnalisation de la séance à la désignation orale des nombres à virgule par une expression du type : Nombre entier virgule nombre entier Exemples : 1, 67 se lit "un virgule soixante-sept" ; 0,38 se lit "zéro virgule trente-huit"

Des divergences entre les définitions des parties entière et décimale

On relève des erreurs de définition de ces deux parties, entière et décimale, avec le risque de renforcer la confusion chez les élèves entre nombres entiers et nombres décimaux.

Exemple : *Le nombre 1,3 est un nombre décimal. Il se lit "une unité trois dixièmes" ou "un virgule trois".* **1 est la partie entière, 3 est la partie décimale.**

38. Entre deux décimaux, il est possible d'intercaler une infinité de nombres, par contraste avec l'ensemble des entiers pour lequel, entre deux entiers successifs, il n'est pas possible d'intercaler un autre entier.

39. Petit Phare CM₁ et À portée de maths CM₁.

40. Le *Dico maths* CM₁-CM₂ (Hatier) en complément de *Cap Maths* CM₁ ; le *Mémo Maths* CM₁ en complément de *Euro Maths* CM₁.

41. Phase que nous pouvons considérer comme participant à la phase d'institutionnalisation.

Par contraste, on peut citer un autre extrait de manuel qui renvoie à la définition exacte de la partie décimale : dans 4,86 :

4 est la partie entière ; 0,86 est la partie décimale (c'est le rompu)

Des règles qui interrogent

En référence aux travaux de Roditi (2002) (p.92), on peut souligner des expressions telles que le "déplacement de la virgule" qui renvoient à un automatisme susceptible de masquer les savoirs en jeu.

Pour multiplier un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000, on déplace la virgule de 1, 2 ou 3 rangs vers la droite : $3,92 \times 10 = 39,2$; $3,92 \times 100 = 392$; $3,92 \times 1\,000 = 3\,920$.

Pour diviser un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000, on déplace la virgule de 1, 2 ou 3 rangs vers la gauche : $39,2 : 10 = 3,92$; $39,2 : 100 = 0,392$; $39,2 : 1\,000 = 0,0392$.

Pour comprendre les maths CM₂, p. 92

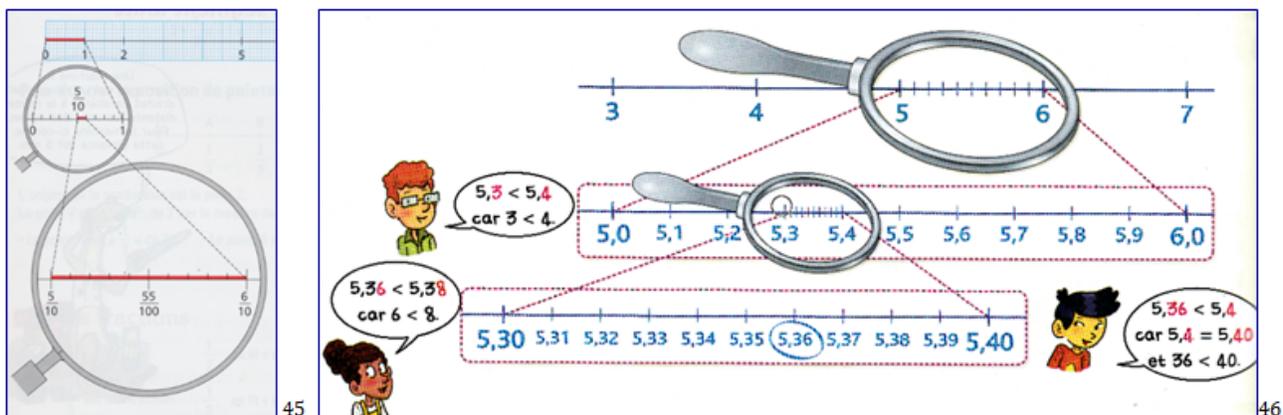
Des offres inégales pour aller vers la compréhension de la densité de l'ordre des nombres décimaux

L'analyse documentaire porte ici sur les représentations iconiques fournies aux élèves pour visualiser la densité de l'ordre des décimaux.

Quatre manuels⁴² sur les dix analysés proposent un système d'agrandissement par loupe avec effet de zoom (figure 15) pour traduire cette propriété.

Les six autres manuels, qui introduisent tous à un moment donné de l'année scolaire la droite graduée⁴³, ne prévoient pas explicitement de lien avec les différents partages des unités de mesures abordés antérieurement.

Figure 15 – Effet de zoom



Aide-mémoire Euro maths CM₁, 2012.

Tous en Maths, p. 162.

42. Cap Maths CM₁ ; Euro Maths CM₁ ; Pour comprendre les maths CM₁ ; Tous en Maths CM₁

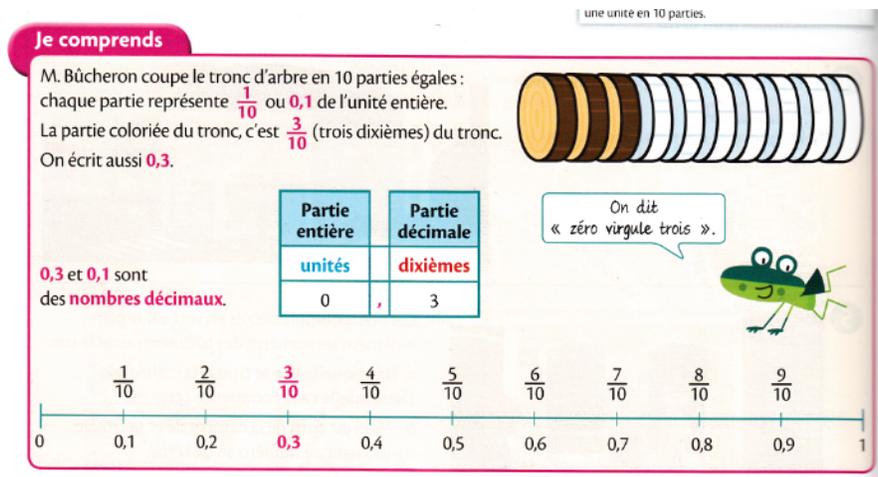
43. Comme stipulé dans les Programmes d'enseignement de l'école primaire (2008).

Passage d'un type de représentation à un autre

Peu de manuels proposent dans une même page les représentations d'un même nombre (écriture fractionnaire, écriture à virgule, désignation orale, représentation iconique, droite graduée). Ces représentations sont le plus souvent introduites sur différentes pages, de façon disjointe. Elles peuvent néanmoins coexister sur des pages de synthèses ou dans des fascicules annexés au manuel.

Cette analyse documentaire renvoie ainsi à des choix d'auteurs qui varient en fonction des manuels. Dès lors, on peut faire l'hypothèse que sans ajustements de la part des enseignants utilisateurs, certains manuels peuvent contribuer à renforcer les représentations erronées des élèves concernant les nombres décimaux ⁴⁴.

Figure 16 – Représentations multiples d'un même nombre (écriture fractionnaire, écriture décimale, désignation orale, représentation iconique).



Maths Tout Terrain CM₁, 2010.

Conclusion

Pour introduire la notion de nombre décimal (sous forme d'écriture à virgule), les 9 manuels de CM₁ analysés prévoient le même ordre d'enseignement : fractions, fractions décimales, nombre à virgule. Toutefois, des divergences existent entre les manuels en ce qui concerne la répartition annuelle des séances spécifiquement réservées à ces "nouveaux nombres" ainsi qu'à l'articulation de ces savoirs entre eux. Ainsi dans certaines classes, les élèves peuvent être confrontés à l'écriture fractionnaire et à l'écriture à virgule dès le premier trimestre alors que dans d'autres classes, ils ne le seront qu'au troisième trimestre.

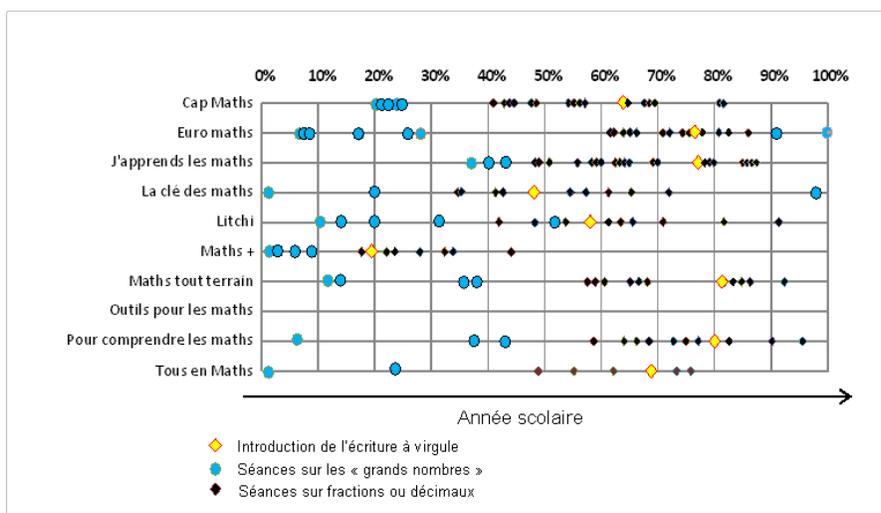
Des divergences sont également pointées entre les manuels : pour les désignations orales des nombres décimaux, pour certaines définitions (parties entière et décimale), pour des énoncés de règles (règles pour multiplier par 10, 100, 1000, ...). Certains choix adoptés par les auteurs de manuels semblent même pouvoir conforter l'élève dans des représentations erronées du nombre décimal telles que la juxtaposition de deux nombres entiers séparés par une virgule.

44. Brousseau (1998)

B Les grands nombres

Les programmes (MEN, 2008) prévoient pour l'année de CM₁ à la fois la connaissance des nombres entiers jusqu'au milliard et la connaissance des nombres décimaux. Il s'agit ici d'observer quelle est la place réservée d'une part aux nombres entiers, d'autre part aux nombres rationnels (décimaux et non décimaux) dans chacun des neuf manuels à progression linéaire du panel B.

Figure 17 – Place et répartition des séances sur "Grands nombres, "Fractions" et "Nombres décimaux" durant l'année scolaire



L'analyse révèle que pour les 9 manuels étudiés, les séances réservées aux grands nombres (entiers) précèdent celles portant sur les fractions et les décimaux (figure 17). Toutefois, il existe des divergences entre ces manuels :

- d'une part entre les progressions qu'ils proposent. Par exemple : trois ouvrages *La clé des maths*, *Maths +* et *Tous en Maths* débutent l'année scolaire par des séances sur les grands nombres, tandis que *Cap Maths* diffère ces travaux au début de la deuxième période et *J'apprends les maths* à la fin du premier trimestre.
- d'autre part en ce qui concerne à la fois le nombre et la répartition des séances traitant spécifiquement de l'étude des grands nombres. *Litchi* propose une répartition des séances sur près de la moitié de l'année scolaire, tandis que *Cap Maths* prévoit cinq séances consécutives. Deux manuels (*La clé des maths* et *Euro Maths*) proposent des séances en fin d'année scolaire (la découverte du milliard est prévue en dernière séance d'*Euro Maths*).

Ainsi selon les manuels, les élèves ne sont pas confrontés au même enseignement des "grands nombres" tout au long de leur année scolaire de CM₁.

3 Les techniques opératoires

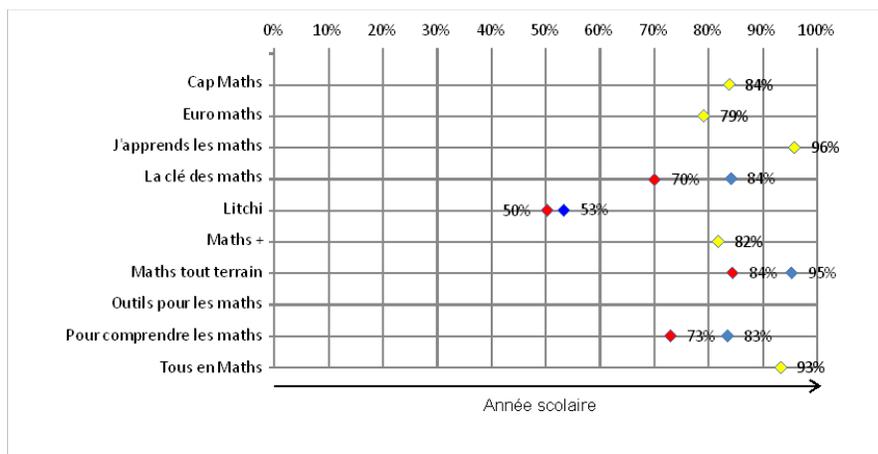
D'après les programmes, les élèves doivent savoir choisir l'opération adéquate pour résoudre un problème donné⁴⁵, mais aussi effectuer ensuite les opérations "papier crayon" : ce sont les techniques opératoires.

Une technique opératoire est en premier lieu un algorithme qui opère sur les chiffres des écritures chiffrées des nombres. L'algorithme est ensuite présenté sur le papier. Par exemple l'algorithme de la technique opératoire de l'addition utilisé dans l'institution scolaire consiste en une suite d'actions à faire : ajouter les chiffres de droite, si le résultat dépasse dix (mais pas cent), écrire uniquement le chiffre des unités et additionner l'autre chiffre avec les deuxièmes chiffres des nombres à ajouter, etc. Il se présente traditionnellement avec les nombres disposés les uns sous les autres, les chiffres en colonne les uns sous les autres alignés à droite, mais il peut y avoir des différences quant à la place réservée à la retenue. Un troisième élément peut intervenir dans l'apprentissage : la justification de l'exactitude de l'algorithme (pourquoi donne-t-il une réponse correcte?). Quelle que soit l'opération, les techniques opératoires utilisées dans les classes se justifient grâce aux propriétés du système de numération décimale, au moins en partie⁴⁶. Il s'agit d'opérer sur les chiffres des nombres en jeu pour obtenir le nombre d'unités, de dizaines, de centaines, etc. du résultat.

Ce rapport traite essentiellement de la place des techniques dans les programmations des manuels du panel B, ceci pour chaque opération. Le terme de technique opératoire, ou plus simplement de technique, renvoie ici à des algorithmes et à leur présentation (en colonne), ceux utilisés dans le système scolaire français.

A L'addition

Figure 18 – Moment d'introduction dans l'année de CP de la technique de l'addition en colonne sans (en rouge) et avec retenue(s) (en bleu), la pastille jaune indique la simultanéité.



45. Vergnaud (1990) relie les opérations élémentaires aux problèmes qu'elles permettent de résoudre, donnant lieu à une catégorisation en classes relatives à un champ conceptuel. On définit ainsi un même champ conceptuel pour l'addition et la soustraction, et un autre pour la multiplication et la division.

46. Dans la suite, est exposé le cas particulier de la soustraction avec "écart constant" qui se pratique en France.

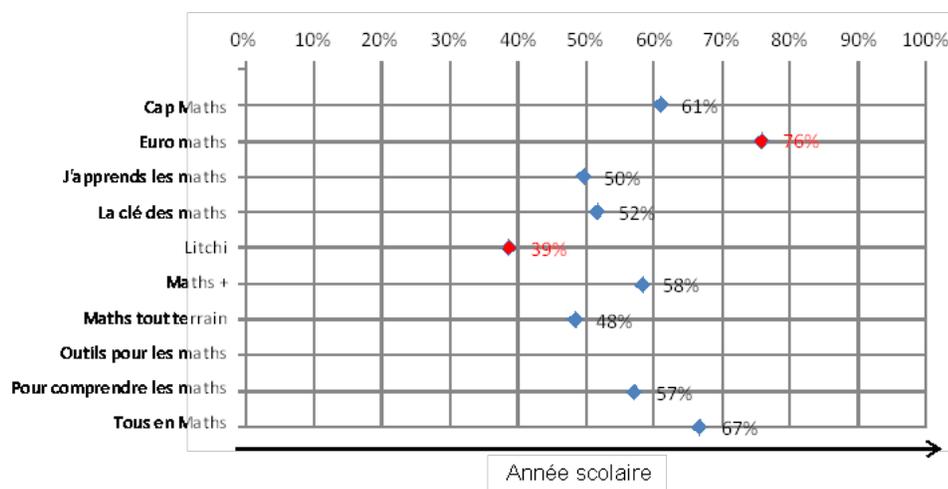
D'après les programmes (MEN, 2008), l'introduction de la technique opératoire de l'addition se situe au CP. On constate que dans notre panel elle est préconisée durant la 2e moitié de l'année, après l'apprentissage de la valeur des chiffres selon leur position (figure 18). Les algorithmes peuvent ainsi être justifiés en relation avec le système décimal, comme c'est le cas des quatre manuels de CP du panel C (Annexe C). Trois manuels du panel B n'abordent qu'en toute fin d'année la technique opératoire en colonne, la majorité (6 sur 9) entre 70 et 84 % de l'année, ce qui crée des différences sur les possibilités d'exploration du système décimal via la justification de la technique. Certains manuels introduisent cependant l'algorithme et sa justification avant la présentation en colonne. Quatre collections introduisent d'abord l'algorithme pour des opérations ne demandant pas de retenue(s), sachant que sans retenue la simplicité de l'algorithme à mémoriser ne requiert pas que l'on comprenne le lien avec le système décimal et peut automatiser des procédures inadéquates dès qu'il y aura des retenues.

Au CE₁, CE₂, CM₁ et CM₂, de manière majoritaire, la technique est reprise directement avec la retenue. Pour les nombres entiers, elle est étudiée assez tôt dans l'année et de plus en plus tôt au fil des années. Les différences sont plus importantes au CE₁ (13 % de l'année pour *Euro Maths*, 53 % pour *Tous en Maths*). En ce qui concerne les décimaux, la technique est abordée directement avec retenues, en fin d'année au CM₁ (excepté un manuel), et est reprise dans la première partie de l'année au CM₂.

B La soustraction

D'après les programmes, l'apprentissage de la technique opératoire de la soustraction se situe au CE₁, ce qui est le cas de tous les manuels consultés (panel B).

Figure 19 – D'après les programmes, l'apprentissage de la technique opératoire de la soustraction se situe au CE₁, ce qui est le cas de tous les manuels consultés (panel B).



La technique est introduite à des moments de l'année sensiblement différents selon les manuels (figure 19) mais toujours avec des nombres qui nécessitent de faire appel aux retenues et toujours après celle de l'addition.

Deux techniques différentes sont enseignées. Dans la première il s'agit de défaire des dizaines, dans la deuxième il s'agit d'utiliser la propriété de l'écart constant, c'est-à-dire selon laquelle la différence entre

deux nombres ne change pas si on leur ajoute un même troisième nombre (dix, cent, etc.).

La première donne l'occasion de revenir sur le fonctionnement du système décimal, d'autant qu'elle peut correspondre aux actions effectuées sur un matériel de numération manipulable. Elle est donc dans la continuité des apprentissages de la numération décimale de position, en particulier de ceux qui sont en jeu dans la technique de l'addition. Elle est adoptée dans cinq manuels de notre panel. La seconde technique nécessite un apprentissage spécifique pour comprendre la propriété en jeu (apprentissage qui n'a été observé que dans certains manuels). La durée entre la reprise de la technique de l'addition et l'introduction de celle de la soustraction varie considérablement d'un manuel à un autre, sans qu'elle soit corrélée à une des deux techniques : plus de vingt semaines pour *Euro Maths* et deux ou trois semaines pour *J'apprends les maths* qui adoptent pourtant tous les deux l'"écart constant".

Deux des cinq collections ayant adopté la première technique au CE₁ introduisent la seconde au CE₂. Au CM₁ et CM₂ la technique avec écart (la seconde) est présente dans tous les manuels de notre panel.

Dans tous les manuels étudiés au CM₁ puis au CM₂, l'extension de la technique de la soustraction aux décimaux est prévue quasi-simultanément avec celle de la technique de l'addition.

C La multiplication

Conformément aux programmes, la quasi-totalité des manuels consultés (panel B), abordent au CE₁ la technique de la multiplication d'un nombre à plusieurs chiffres avec un nombre à un chiffre, et ce, très majoritairement, après la technique de la soustraction. La technique de la multiplication est introduite sur une période qui s'étend selon les manuels entre 68 et 88 % de l'année de CE₁. Au CE₂, cette technique est d'abord reprise avec un des facteurs ayant un chiffre. Pour 7 manuels sur les 9 cette reprise a lieu aux environs de la moitié de l'année. Tous les manuels poursuivent avec des facteurs ayant 2 chiffres ou plus, essentiellement durant la 2^{ème} partie de l'année. Au CM₁ puis au CM₂, elle est reprise avec des nombres à plusieurs chiffres, le plus souvent dans le premier tiers de l'année.

Au CM₁, la technique s'étend aux décimaux, très souvent dans le dernier quart de l'année et ce uniquement pour le produit d'un nombre décimal par un entier (Annexe E). *Maths +* groupe les séances de multiplication sur les entiers avec celles sur les décimaux.

Au CM₂, la technique est reprise d'abord sur les entiers dans les premières séances de l'année puis sur les décimaux dans la 2^{ème} moitié de l'année, en abordant successivement le produit d'un nombre décimal par un nombre entier puis le produit de deux nombres décimaux. On relève des laps de temps courts (une ou deux semaines) ou longs (quinze à vingt semaines) entre ces deux séances introductives. *Maths +* fait exception puisqu'il groupe, comme pour le CM₁, les séances de reprise sur la technique de la multiplication de nombres entiers et les séances portant sur la technique de multiplication des décimaux.

D La division

Conformément aux programmes (MEN, 2008), les manuels consultés (panel B), abordent au CE₂ la technique de la division euclidienne d'un entier par un entier à un chiffre (Annexe E). Celle-ci est le plus souvent traitée après la technique de la multiplication.

Excepté pour un manuel la reprise en CM₁ se fait entre 28 et 58 % de l'année, systématiquement après la reprise de la multiplication. Six manuels opèrent aussi en CM₁ l'extension à la division par un

entier à plusieurs chiffres (en général deux chiffres). Les séances portant sur cette extension de la division euclidienne sont disjointes de celles réservées à sa reprise, à l'exception de *Maths +*, qui les groupe.

C'est aussi au CM₁ que les manuels abordent la division de deux entiers avec quotient décimal. Pour trois d'entre eux le diviseur ne contient alors qu'un chiffre. La présentation sous forme de puissance n'apparaît pas toujours. C'est par exemple le cas de *J'apprends les maths* qui aborde cette division via un fractionnement du reste de la division euclidienne écrit sous forme de fraction, qu'il s'agit ensuite d'écrire avec une virgule.

Selon les manuels, le laps de temps entre l'introduction de cette division et celle de l'écriture à virgule peut aller de quelques semaines à une demi-année. Par contre elle suit de manière rapprochée celle de la multiplication entre décimaux.

Au CM₂, la reprise de la division euclidienne avec un diviseur à 1 chiffre se fait de manière concomitante ou très rapprochée avec celle à plusieurs chiffres, excepté pour un manuel. Cet enseignement se déroule entre 16 et 57 % de l'année. La reprise de la division entre entiers avec quotient décimal est plus tardive (entre 57 % et 81 % de l'année) et elle peut être présentée comme un cas particulier de la division d'un décimal par un entier (voir Annexe E).

III Utilisation du manuel de mathématiques

La partie qui suit permet d'interroger l'activité enseignante à l'école élémentaire. Il s'agit là de dépasser une approche de type quantitatif et d'aller observer dans les classes en vue de tenter de caractériser les pratiques effectives⁴⁷ d'utilisation du manuel de mathématiques par des enseignants du premier degré, polyvalents et pour la plupart non spécialistes des mathématiques. Plusieurs travaux concernant notamment le cycle 3 ont révélé la présence d'un manuel individuel de mathématiques dans près de 75 % des classes (Priolet, 2001 ; IGEN, 2006).

Pour cette étude, des observations ont été effectuées dans les classes de treize enseignants⁴⁸ ayant une ancienneté générale de service (AGS) comprise entre deux et quinze années et étant chargés d'élèves de CP ou de CM₁. Ces treize professeurs des écoles s'étaient portés volontaires pour participer à cette étude et avaient préalablement déclaré disposer de manuels scolaires de mathématiques pour leurs élèves. Aucun parmi eux n'a à ce jour exercé la fonction de Professeur des Écoles Maître Formateur.

Les niveaux CP et CM₁ ont été choisis en raison du poids accordé à l'introduction de savoirs nouveaux dans le domaine de l'apprentissage du nombre à ces deux niveaux d'enseignement, avec la dizaine au CP et l'introduction de l'écriture à virgule pour les décimaux au CM₁. Les séances observées devaient porter sur "Nombres" ou "Calcul".

Douze observations sur les treize⁴⁹ ont été suivies d'un entretien⁵⁰ visant à l'explicitation des pratiques. Les principales caractéristiques de cet échantillon composé de ces douze classes issues de trois académies

47. Afin de mieux saisir la complexité de l'activité enseignante, la méthodologie mise en œuvre a été basée sur un principe de pluralité et de complémentarité de méthodes et de techniques de recueil de données (Priolet, 2015)

48. Treize professeurs des écoles enseignant dans douze écoles différentes situées dans quatre départements et trois académies (10 dans l'académie de Clermont-Ferrand, 2 dans l'académie de Reims et 1 dans l'académie de Paris)

49. Pour des questions d'ordre logistique, l'une des dix observations réalisées dans l'académie de Clermont-Ferrand n'a pu être suivie d'un entretien. Le traitement des données a été effectué sur la base des douze observations ayant conduit ensuite à l'utilisation d'autres techniques de recueil.

50. Entretiens de type semi-directif prenant appui sur une grille d'entretien et pouvant faire référence à des documents extraits de la séance observée.

et de trois départements différents sont présentées en Annexe F.

Dans un premier temps, il s'est agi d'observer la place des manuels de mathématiques dans les classes, de dégager les déterminants des choix des enseignants ainsi que les principaux usages mis en uvre.

1 Le manuel de mathématiques : quels choix des enseignants ?

Dans onze classes sur les douze concernées par l'analyse des données, chaque élève a effectivement à sa disposition au moins⁵¹ un manuel de mathématiques. Concernant la douzième classe, un manuel par élève avait été acheté par la commune deux ans auparavant mais l'enseignante a décidé de le "*ranger aux archives*".

On relève sept titres différents pour les manuels présents dans les classes, l'un d'eux était présent dans six classes sur les douze ayant fait l'objet de l'analyse. La fréquence déclarée par les enseignants pour l'utilisation des manuels par les élèves est variable puisque trois enseignants déclarent ne pas faire utiliser de manuel, six le faire utiliser très fréquemment, et les trois autres le faire utiliser selon une fréquence plus faible et plus irrégulière (figure 20). Dès lors se pose la question des déterminants du choix des manuels par les enseignants.

Figure 20 – Présence et utilisation déclarées du manuel de l'élève

Ecole	Niveau	Manuel			Année	Choisi / Subi	Nb manuels / élève	Utilisation			
		Livre / Fichier	Titre					Jamais	Peu souvent	Assez souvent	Très souvent
Volvic	EC-A	CM1	L	Le Nouveau Math Elém	2001	Subi	1		X		
Cellule	EC-B	CM1	L	à portée de Maths	2012	Choisi	1				X
Troyes Jaurès	EC-C	CM1	L	Pour Comprendre les Maths	2007	Subi	1	X			
Reugny	EC-D	CM1-CM2	L	Pour Comprendre les Maths	2008	Subi	1	X			
Voltaire	EC-E	CM1	L n°1	Au rythme des maths	2011	Subi	1			X	
			L n°2	Outils pour les Maths	2011	Subi	1 pour 2			X	
Riom	EC-F	CE1-CM1	L	Pour Comprendre les Maths	2008	Subi	1 (archives)	X			
Marcenat CE2-CM1	EC-G	CE2-CM1	L	Pour Comprendre les Maths	2006	Subi	1				X
Marcenat CM1-CM2	EC-H	CM1-CM2	L	Pour Comprendre les Maths	2003	Choisi	1				X
St Germain	EC-I	CM1	L	à portée de Maths	2011	Subi	1				X
Chazemais	EC-J	CE2-CM1	L	Pour Comprendre les Maths	2008	Subi	1		X		
Troyes CP	EC-K	CP	F	Litchi	2011	Choisi	1				X
Paris CP	EC-L	CP	F	J'apprends les Maths avec Picbille	2012	Choisi	1				X

Légende

Année : Parution du manuel antérieure aux programmes en vigueur (MEN, 2008)

X : Utilisation déclarée du manuel de l'élève

L : Livre

F : Fichier

A Manuel choisi ou manuel subi ?

Le manuel est un ouvrage particulier puisqu'il n'est jamais choisi par l'utilisateur auquel il est directement destiné : l'élève. Pour autant, sa présence dans la classe n'émane pas nécessairement du choix de l'enseignant exerçant actuellement dans la classe. Seuls 4 professeurs des écoles sur les 12 ont pu eux-mêmes choisir le manuel utilisé par leurs élèves. Les déterminants des choix mis en avant sont d'ordre divers :

- le contenu même du manuel : la "*batterie d'exercices proposés par rapport au nombre de dessins qui parfois ne servent pas à grand-chose*", les indices associés au niveau de difficulté des exercices

51. Dans l'une des classes, les élèves disposent de 2 manuels.

- la concertation au niveau de l'équipe enseignante en vue de la continuité des apprentissages des élèves d'un niveau à l'autre (EC-H ; EC-B)

Pour les 8 autres professeurs des écoles, le choix découle des choix effectués par leurs prédécesseurs en poste dans l'école ; il s'ensuit :

- tantôt une adoption consentie grâce aux exercices (EC-I) et à la progression que le manuel propose (EC-E), grâce au cadrage qui "*évite de se disperser*" (EC-G). Enfin, il "*évite les photocopies*" (EC-G)
- tantôt un rejet total du manuel par l'enseignant actuellement en poste qui va parfois jusqu'à retirer le manuel de la salle de classe pour le placer aux archives (EC-F) ou le reléguer sur une étagère (EC-C), (EC-D)
- tantôt une utilisation épisodique de ce manuel avec adjonction de fiches réalisées par l'enseignant à partir d'un ou deux autres manuels (spécimens).

Les motifs évoqués pour la mise à distance totale ou partielle concernent selon les enseignants, soit le format qui "ne parle pas à l'enseignant" en donnant une "impression de fouillis" (EC-C), soit le contenu avec l'absence ou la non-pertinence ("contenu trop abstrait") de certaines leçons ou de mémo (EC-F ; EC-D), soit la progression proposée (EC-D), soit la difficulté personnelle à "entrer dans" le manuel en question (EC-C). La structure de la classe est également mise en avant avec la non-adaptation à une classe à plusieurs niveaux en raison notamment du flou pour introduire une notion nouvelle (EC-F). En guise de substitution, des fiches souvent épurées sont réalisées par l'enseignant (EC-F).

La question du budget alloué à l'achat des manuels est citée par quatre enseignants (EC-B ; EC-H ; EC-E ; EC-F) qui précisent qu'ils doivent aussi prendre en compte l'achat de manuels dans les autres disciplines scolaires, évoquant ainsi la polyvalence du métier d'enseignant du premier degré. Cette question de la polyvalence (Baillat et Espinoza, 2008) renvoie à la préparation des séances de mathématiques par ces professeurs des écoles qui ne sont pas nécessairement spécialistes de cette discipline scolaire.

Dans notre échantillon à effectif limité, il n'existe pas de relation entre le nombre d'années d'ancienneté de service et la non utilisation d'un manuel de mathématiques.

Notons toutefois que dans un tiers des classes, le manuel de mathématiques n'est pas en conformité avec les programmes en vigueur.

B Quelles utilisations du manuel par les élèves pendant les séances observées ?

Afin de comprendre les usages que les enseignants font du manuel⁵², voire les ajustements qu'ils y apportent, deux observations ont été réalisées en classes de CP (numération) et dix dans des classes de CM₁ (une séance sur la division et neuf séances sur fractions ou fractions décimales ou nombres à virgule). Les douze séances étaient titrées Nombres ou Calcul.

Lors de cinq séances observées en CM₁, les élèves n'ont à aucun moment utilisé de manuel. Ce résultat ne surprend pas pour les quatre classes dont les enseignants avaient déclaré ne jamais en utiliser (EC-C, EC-D, EC-F) ou ne l'utiliser que peu souvent (EC-J). Pour l'autre classe, (EC-E) l'enseignant précise que pour cette séance portant sur "*les fractions dans la vie quotidienne*", il a préféré cette année se référer à une séance proposée sur Internet, accompagnée de fiches individuelles permettant de simuler des partages de gâteaux. "*J'ai trouvé que la situation de départ permettait une plus grande manipulation, c'était plus*

52. C'est-à-dire comment ils transforment l'outil "manuel" en instrument. Rabardel (1995) parle de "genèse instrumentale".

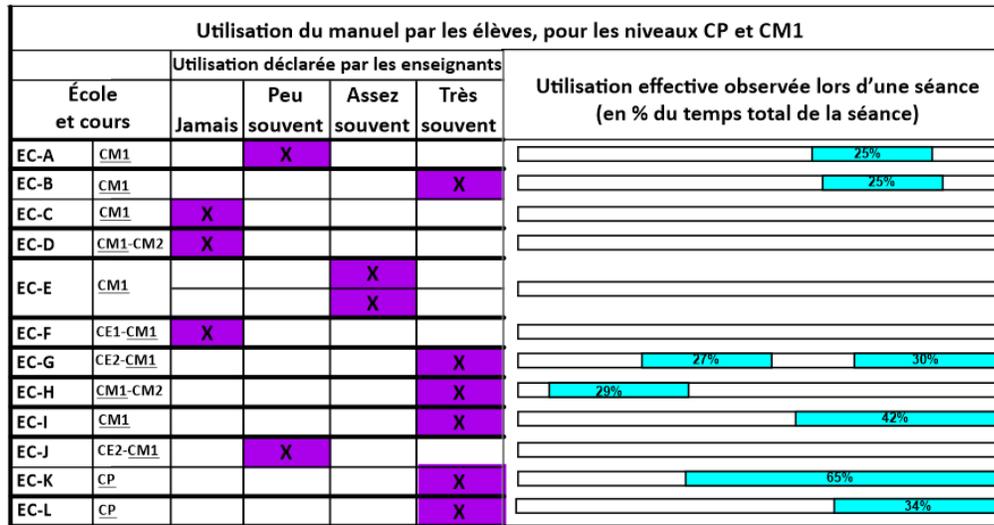
concret avec des exemples du quotidien. . .".

Lors des sept autres séances observées, les élèves ont utilisé à un moment donné un manuel de mathématiques (figure 21), sous un format fichier dans les deux classes de CP et sous un format livre dans les cinq classes de CM₁. Le chronométrage des séances révèle que ce temps d'utilisation⁵³ varie entre les séances, d'une part pour la durée d'utilisation (25 % de la durée des séances pour EC-A ou pour EC-B vs 65 % de la durée de la séance pour EC-K), d'autre part pour la répartition des temps d'utilisation (une seule phase d'utilisation située dans la deuxième partie de la séance pour cinq classes ; une seule phase située en première partie pour EC-H et deux phases pour EC-G).

Pour EC-H, cette phase d'exercices se situe en début de séance, contrastant ainsi avec les six autres classes tandis que pour EC-G, la première phase d'utilisation du manuel consiste à lire une situation et à observer afin de découvrir une nouvelle notion : les fractions. À noter que ces deux classes, EC-G et EC-H sont des classes à double-niveau : CE₂-CM₁ et CM₁-CM₂. Pendant qu'un niveau de classe travaille sous la conduite directe de l'enseignant, l'autre niveau suit les consignes données par le manuel.

Dans les autres classes de CM₁, le manuel est principalement utilisé comme banque d'exercices. Il est demandé aux élèves d'ouvrir leur manuel à telle page puis d'effectuer individuellement tels exercices. Un temps de correction collective ou individuelle achève la séance, mais dans tous les cas les élèves gardent leur manuel ouvert sur la table, avec un retour à l'énoncé plus ou moins explicite selon les classes et ainsi, un manuel parfois dissimulé en partie sous le cahier.

Figure 21 – Utilisation effective du manuel par les élèves lors des séances observées



Pour les deux classes de CP (EC-J ; EC-K), le recours par les élèves à l'utilisation du manuel (fichier) se fait après l'introduction du savoir nouveau, dans une partie "Activités" où chaque élève va devoir s'exercer à l'écrit, très souvent en complétant des cases pré-remplies par les auteurs du manuel. Durant cette phase, l'enseignant circule dans la classe, invite ses élèves à se référer à des supports collectifs tels que par exemple les étiquettes-nombres utilisées en première partie de séance (EC-K). Dans les deux classes, l'utilisation du

53. Qui correspond à la durée entre l'instant où l'enseignant a demandé aux élèves d'"ouvrir le manuel" et l'instant où il signale la fin d'activité avec le manuel.

fichier s'achève avec la fin de la séance.

Dans toutes les classes, les enseignants disposent souvent à portée de main d'un exemplaire du manuel de l'élève; ils mobilisent aussi d'autres ressources documentaires lors de la préparation des séances. La partie suivante vise notamment à comparer le recours au guide pédagogique avec le recours à d'autres ressources.

Conclusion

Les manuels sont majoritairement présents dans les douze classes ayant fait l'objet de cette étude. Pour autant ils ne sont pas mis à la disposition de chaque élève. Ils sont souvent "subis" (8 sur 12) par l'enseignant qui ne les a pas choisis et qui se trouve en présence d'un manuel déjà là, au renouvellement qui semble parfois "peu envisageable" compte tenu des contraintes budgétaires. Cette situation conduit souvent à une utilisation peu fréquente du manuel qui devient alors "banque d'exercices", avec une situation cependant plus contrastée dans les classes à double-niveau où il va servir de support à une situation de découverte pour une partie des élèves pendant que l'enseignant travaillera avec l'autre partie de la classe.

2 Le guide pédagogique et le manuel : des ressources parmi d'autres ?

Parmi les douze enseignants, sept déclarent se référer au guide pédagogique associé au manuel présent dans la classe pour concevoir ou préparer les séances. Mais l'usage du guide n'est jamais exhaustif; tous les utilisateurs du guide mobilisent d'autres ressources parmi lesquelles le manuel de l'élève. D'ailleurs trois enseignants se réfèrent au manuel de l'élève sans avoir recours à un moment donné au guide pédagogique associé.

Figure 22 – Ressources utilisées par les enseignants pour la préparation des séances

Ecole	Utilise						Crée
	Le guide du manuel de la classe	Autre(s) guide(s)	Manuel de l'élève	Autre(s) manuel(s)	Internet	Autres ressources	
EC-A	X	X	X	X	X		
EC-B			X	X	X		
EC-C	X		X		X	X	
EC-D					X		X
EC-E	X	X	X		X		
EC-F		X	X		X		
EC-G			X		X		
EC-H	X		X		X		
EC-I	X				X	X	
EC-J			X		X		
EC-K	X		X		X		
EC-L	X		X	X			

Les sept utilisateurs d'un guide pédagogique disent apprécier les programmations ou les progressions proposées qu'ils considèrent comme des repères, allant même jusqu'à nommer ce guide pédagogique "*ceinture de sécurité au regard des programmes*". Ils sont également en quête d'éléments concernant les séances et le rapport des élèves au savoir mathématique en jeu. Ces enseignants trouvent dans ce guide un ensemble

structuré, articulé autour de compétences avec une entrée "*motivante dans le savoir*". Plusieurs lisent avec soin la situation de découverte ou de départ. Certains apprécient également le fait que le guide "*pointe les difficultés qu'on peut attendre des élèves*", l'un d'eux attend d'ailleurs un plus grand nombre "d'exercices de remédiation". Parmi ces sept utilisateurs, quatre disposent de ce guide dans la classe, à portée de main durant la séance observée. Ils s'y réfèrent occasionnellement au cours de la séance.

La politique de certains éditeurs de mettre en téléchargement gratuit les guides pédagogiques semble avoir été appréciée par les enseignants. Mais ces ouvrages, utiles pour les uns, rassurant pour les autres comme en témoigne cet enseignant, "*les maths ce n'est pas ma spécialité loin de là, je me réfère quand même pas mal au guide du maître*", sont-ils pour autant lus et exploités dans leur intégralité? Six enseignants sur neuf déclarent ne pas avoir pris connaissance des intentions des auteurs. Un autre dit les avoir simplement survolées. Deux autres ont bien étudié cet ouvrage avec attention, l'un déclarant même que "*c'est extrêmement important*", en prenant pour exemple "*la technique de la soustraction qu'ils abordent comme cela au CE₁ où l'on barre le chiffre*".

Internet et d'autres ressources éducatives

Tous les enseignants de CM₁, y compris parmi ceux qui avaient choisi eux-mêmes un manuel et le guide pédagogique associé, citent l'utilisation d'Internet pour préparer leurs séances de mathématiques, laissant ainsi supposer que ce recours aux technologies numériques semble désormais constituer un passage obligé pour les enseignants lors de la phase de préparation des séances : "*J'en trouve pas mal sur Internet, je trouve qu'il y a des collègues qui travaillent très bien et qui font des choses pas mal*".

Au cours des séances observées, les élèves de cinq classes ont eu accès à un moment donné de la séance à des jeux mathématiques, le plus souvent fabriqués par l'enseignant à partir de fiches réalisées par d'autres enseignants et extraites d'Internet. Pendant la séance, deux enseignants débutants (moins de cinq années d'ancienneté), ont utilisé pour l'un, un tableau blanc interactif et, pour l'autre, un vidéoprojecteur couplé à un ordinateur. Trois autres classes utilisent régulièrement des logiciels pour des travaux sur les nombres et notamment sur les nombres décimaux, évoquant l'aide sur écran apportée par la règle graduée aux élèves pour se représenter le partage de l'unité en dixièmes puis en centièmes, ainsi que la nécessité pour les élèves d'utiliser le vocabulaire spécifique pour nommer les nombres décimaux.

Conclusion

Pour le choix de ressources pour préparer la classe dans le domaine "*Nombres et Calcul*", les enseignants se disent plutôt en quête d'exercices, d'affichages et de jeux mathématiques à destination de leurs élèves. Presque tous (11 sur 12) vont télécharger des ressources en ligne ; ils se tournent plutôt vers les sites de "*collègues*" pour "*voir comment ils procèdent*". Ils impriment alors des jeux, des fiches de préparation de séances, délaissant tout ou partie du guide pédagogique associé au manuel que leurs élèves ont parfois à leur disposition. Cette attitude pose la question de la validation des savoirs recueillis (Bruillard, 2010, p.227). On se trouve alors face à une "*tension entre deux modèles possibles : d'une part, celui de l'ensemble de ressources largement indépendantes [...] et d'autre part, celui de l'ouvrage organisé autour d'une pensée*". (Ibid., 230).

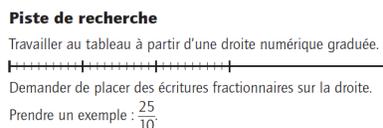
3 Analyse comparée de l'utilisation d'un même manuel par deux enseignants

Cette analyse vise à comparer d'une part l'utilisation d'un même manuel et d'un même guide pédagogique par deux enseignants en classes de CM₁⁵⁴, d'autre part, les pratiques de ces deux enseignants au regard des préconisations des auteurs du manuel et du guide pédagogique. Dans un premier temps, il s'agit d'analyser le contenu des pages "*Manuel*" auxquelles les élèves ont été confrontés et dans un deuxième temps le contenu du guide pédagogique associé à ce manuel.

A Analyse du contenu du guide pédagogique et du manuel (séances 8 et 9)

Pour les deux séances 8 et 9, le guide pédagogique propose une "piste de recherche" qui pourra se substituer au "*Cherchons ensemble*" ou le précéder⁵⁵. La situation demande de mesurer différents segments avec une règle graduée en dixièmes. Elle renvoie donc à un dispositif didactique du type "observation-compréhension-application". Pour la "*piste de recherche*" de la séance 9, le guide propose à l'enseignant une droite numérique graduée destinée à être tracée au tableau. L'activité consistera alors à faire placer aux élèves plusieurs écritures fractionnaires sur cette droite. À partir de plusieurs exemples, l'enseignant introduira l'écriture à virgule.

Figure 23 – Extrait du guide pédagogique à portée de maths CM₁

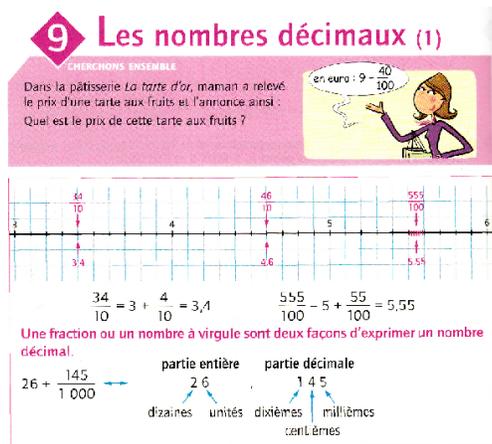


Chaque double page du manuel présente sur la partie supérieure de la page de gauche un encart réservé à la rubrique "*Cherchons ensemble*" (figure 23). De par son titre, cette rubrique semble viser à engager les élèves dans un questionnement intellectuel susceptible de conduire à un dispositif didactique du type "*problème-compréhension-application*" (Rey, 2001, p.33) basé sur une conception socioconstructiviste de l'apprentissage. Or, la conception même de la page du manuel offre à l'élève la possibilité de se référer directement à des exemples, voire à des conclusions, placées de façon paradoxale à proximité de l'énoncé "*Cherchons ensemble*". Dès lors, malgré un titre de rubrique attractif, ces pages du manuel renvoient plutôt à un dispositif didactique basé sur "*observation-compréhension-application*" (Ibid., 32). Tout se passe en effet comme si les élèves avaient à observer un objet puis à essayer de le comprendre en vue de s'entraîner à des exercices d'application.

54. Séance n°8 : Les fractions décimales. Séance n°9 : Les nombres décimaux (1).

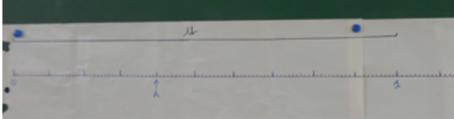
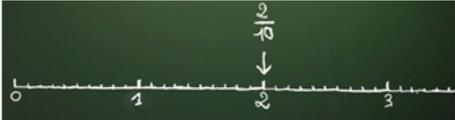
55. Avant-propos, Guide pédagogique, A portée de Maths - CM₁, p. 3.

Figure 24 – Partie supérieure de la page 42 (À portée de Maths CM₁)



B Analyse des séances réalisées par les deux enseignants EC-B et EC-I

Dans les deux classes, les élèves sont utilisateurs du même manuel "À portée de Maths CM₁". Cependant, on constate, au cours des séances observées, que les enseignants ont fait des choix différents pour préparer leur séance et qu'ils ont procédé à des ajustements.

	EC-B	EC-I
Référence au guide pédagogique pour préparer la classe	EC-B dispose du guide pédagogique dans la classe, mais ne le consulte plus, dès lors qu'il déclare avoir été très déçu de son contenu général. Il ne l'a donc pas utilisé pour la préparation.	EC-I se réfère, comme à ses habitudes, à ce guide pédagogique.
Ajustements	<p>Séance 8</p> <p>EC-B remplace les situations prévues dans le manuel et dans le guide de l'enseignant (<i>Cherchons ensemble</i> et <i>Piste de recherche</i>) par une situation créée par ses soins.</p>  <p>EC-B modifie le dispositif didactique passant d'un modèle « observation-compréhension-application » induite par le guide pédagogique à un modèle du type « explication-application ».</p>	<p>Séance 9</p> <p>EC-I se réfère au guide pédagogique pour construire la « piste de recherche ». Il trace au tableau une règle numérique graduée en dixièmes portant les repères-unités de 0 à 3. Puis il demande aux élèves, dans un dispositif « d'observation-compréhension-application » d'indiquer la fraction qui correspond à une graduation précise.</p>  <p>EC-I modifie le support de l'exercice en passant d'une demi-droite graduée sans repères chiffrés à la droite représentée ci-dessous. Cette modification de la présentation du support de l'exercice a transformé, en la réduisant, la difficulté de la tâche prévue par les auteurs du manuel.</p>

Conclusion

Cette analyse révèle la diversité des ajustements opérés par les enseignants lorsqu'ils sont utilisateurs du guide pédagogique ; elle pose la question des enjeux de ces modifications de contenus. Par exemple, l'enseignant EC-B, en proposant une affiche avec une règle déjà graduée par ses soins, en dixièmes et en centièmes, a résolu lui-même le problème qui aurait dû être dévolu aux élèves pour leur permettre d'accéder à des graduations plus fines de la droite et ainsi à découvrir la densité de l'ordre des décimaux.

4 Phase de "conclusion" des séances

Si les entretiens conduits auprès des dix enseignants de CM₁ ont montré que la plupart des séquences étaient "conclues" par une trace écrite fixant les notions abordées, l'observation des cahiers ou des classeurs des élèves a révélé que cette trace était rarement la copie à l'identique d'un extrait du manuel ou d'un extrait du guide pédagogique. D'ailleurs, la place de la trace écrite dans certains manuels interroge : il semble en effet difficile d'envisager la mise en uvre d'un dispositif didactique du type "problème-compréhension-application" (Ibid., p. 35) avec un manuel dans lequel le savoir à apprendre est exposé sur le même espace que le problème à résoudre.

La trace écrite est construite souvent avec les élèves. Elle s'inspire selon les cas, du manuel, du guide, de productions d'élèves, d'affiches réalisées collectivement ou de ressources en ligne. Les cahiers ou classeurs dans lesquels sont rédigées ces traces sont emportés le soir à la maison "pour apprendre les leçons". Pour les classes observées, à deux exceptions près, les manuels ne sont pas transportés chaque soir dans les cartables. Ils restent dans la salle de classe.

5 Programmation et leçons réalisées

Le programme prévu par l'enseignant dans sa programmation annuelle souvent inspirée des manuels n'est pas toujours réalisé dans son intégralité. Si "*la priorité est donnée à la numération et aux opérations*", ce n'est pas le cas de la géométrie qui "*trinque*" (EC-A), ou encore celui du quotient décimal ou celui des valeurs approchées qui, "*faute de temps*" ne seront pas abordées en fin de CM₁.

Si le manuel constitue un guide incontournable avec des repères temporels pour bon nombre d'enseignants, il n'est toutefois pas garant de la mise en uvre de la totalité du programme.

6 Formation

Parmi les neuf enseignants interrogés sur le thème de la formation à l'usage du manuel scolaire, trois déclarent que cette question n'a jamais été abordée au cours de leur formation initiale ou continue.

Pour les autres, deux catégories peuvent être établies :

- Quatre enseignants se rappellent d'un titre de manuel mis en exergue au cours de leur formation initiale : *Ermel* (EC-B et EC-F) et *Cap-Maths* (EC-C et EC-E).
- Un autre se remémore les conseils plus globaux qui lui avaient été donnés :

"On nous a conseillé de ne pas hésiter à nous servir des manuels parce que ce sont des gens qui ont réfléchi et qui sont spécialistes dans ces domaines" (EC-A)

"À l'IUFM j'avais plutôt l'impression qu'il fallait vraiment que l'on construise nous-mêmes nos situations" (EC-A).

En résumé, les enseignants sont peu préparés à la question de l'utilisation du manuel scolaire et notamment du manuel de mathématiques.

Figure 25 – Extrait de la transcription de l'entretien de l'enseignant EC-E.

EC-E : « Ce qui était compliqué, je me le rappelle, c'était de déterminer les fractions qui étaient supérieures à un et les fractions qui étaient inférieures. Ils avaient du mal parce que c'était difficile de se représenter pour eux. C'était compliqué de comprendre cela. Déjà il fallait comprendre que entre zéro et un il y avait des nombres, et puis entre un et deux il y en a d'autres. Alors ce sont des nombres qu'ils n'ont pas du tout l'habitude d'utiliser avant. À part quand ils mesurent.

Chercheur : Comment est-ce que vous leur faites lire ces nombres dans le manuel ?

EC-E : On leur fait lire [un virgule vingt-huit], [un virgule trois] et après moi je les amène à comparer en mettant le même nombre de chiffres derrière la virgule. Au départ on est dans l'obligation de mettre le même nombre de chiffres derrière la virgule pour pouvoir comparer sinon on ne compare pas.

Chercheur : Sur la manière de les dire, vous leur faites dire comment ?

EC-E : [un virgule vingt-huit] et [un virgule trois]

Chercheur : Et une unité vingt-huit centièmes ?

EC-E : Ah non je n'avais pas pensé à cela. Et c'est vrai que moi je suggère cela en mettant le même nombre derrière la virgule, mais c'est vrai que je pourrais aussi proposer une appellation différente. »

La désignation orale des nombres décimaux, donnée directement sous la forme "x,y" (x virgule y) a été fréquemment observée au cours des visites. Le chapitre 2 du présent rapport mentionne combien cette option peut conforter l'élève dans une représentation erronée du nombre. Dès lors que l'enseignant dispose d'un bagage scientifique et didactique suffisant, il se trouve en mesure de proposer aux élèves les liens à établir entre différentes représentations d'un nombre décimal. Proposer des éléments de mathématiques et de didactique en formation initiale et en formation continue devrait constituer un enjeu majeur afin de permettre à chacun de pouvoir porter un regard critique et lucide sur les contenus des manuels scolaires.

Il est aussi à noter, au cours des entretiens, qu'aucun des 12 enseignants ne se souvient des fascicules "Ressources pour la classe : Le nombre au cycle 2 ou Le nombre au cycle 3. Apprentissages numériques.". Ces fascicules avaient pourtant fait l'objet d'une attribution pour chaque classe.

7 Conclusion

L'analyse des séances et des entretiens révèle qu'il n'existe pas de modèle unique d'utilisation du manuel scolaire. Déclaré présent dans les classes de notre échantillon, le manuel n'est pas toujours mis à disposition de chaque élève. Il est d'ailleurs parfois totalement absent lors des séances observées. Sa durée d'utilisation varie entre 25 % et 65 % de la durée totale de la séance. En CM₁, il est plutôt utilisé majoritairement en fin de séance, en tant que recueil d'exercices. Les observations en CP viennent confirmer la présence du format-fichier, seul format disponible actuellement sur le marché, format souvent très contraignant du fait qu'il enferme l'élève dans un format unique de réponse et l'enseignant dans un parcours linéaire d'utilisation.

Pour les classes de CM₁, c'est le format-livre qui est utilisé, avec parfois des éditions obsolètes par rapport à la conformité aux programmes d'enseignement. L'observation de classes à double niveau, pour lesquelles il n'existe d'ailleurs pas de manuels spécifiques, renvoie à des usages différents de ceux observés en classes à cours unique ; les élèves placés en autonomie pendant que l'enseignant se trouve auprès de l'autre groupe sont davantage confrontés à l'usage de leur manuel, y compris de la découverte de situations.

La diversité d'utilisation des guides pédagogiques par les enseignants fait écho à celle constatée par (Remillard, 2010, p.208) quand elle dit que "*les formes d'engagement des enseignants peuvent amener à des utilisations tout à fait différentes d'une même ressource.*" La grande majorité des enseignants rencontrés va chercher des ressources en ligne pour réaliser des jeux de numération ou de calcul, fabriquer des instruments tels que des règles graduées, mais aussi pour préparer les séances d'enseignement-apprentissage. Ils procèdent à des ajustements pertinents pour ce qui relève de la partie pédagogique : ils reconstruisent par exemple une séance où l'ouverture du manuel livrerait immédiatement la solution à un problème, avant même que les élèves n'aient eu le temps de chercher. Par contre, au vu des entretiens réalisés, la question de la formation des enseignants en didactique semble devoir être au cur du questionnement. Face à la diversité et à la profusion de l'offre et des moyens d'accès à différents supports pédagogiques, il semble nécessaire que les enseignants puissent avoir connaissance des travaux de recherche qui traitent des *Nombres* et du *Calcul*, afin qu'ils puissent porter un regard critique sur les différents supports et démarches préconisés. L'enseignant du premier degré, polyvalent, et la plupart du temps n'ayant pas suivi d'études scientifiques, pourrait ainsi porter plus facilement un regard réflexif sur ses pratiques d'enseignement dans ce domaine spécifique. Sinon, la rupture entre recherche et terrain risque de s'accroître avec pour conséquence le renforcement pour les élèves d'un certain nombre d'obstacles faisant par exemple écran à la construction des nombres entiers et décimaux et des opérations. Plusieurs études (Margolinas et Wozniak, 2009; Priolet, 2014) décrivent l'utilisation du manuel scolaire par des Professeurs des Écoles Maîtres Formateurs ainsi que les différents ajustements opérés par ces enseignants expérimentés par contraste avec des enseignants débutants. Les Professeurs Maîtres Formateurs ont pu acquérir, au contact des différents formateurs et chercheurs en IUFM et en ÉSPÉ, une formation en didactique des mathématiques qui leur permet de porter ce regard réflexif qui paraît nécessaire à l'usage des manuels qu'ils utilisent ; ils peuvent ainsi procéder à des ajustements pertinents tandis que faute de formation suffisante, les enseignants débutants vont parfois se référer à des ressources diverses dont les intentions des auteurs divergent de celles des travaux des didacticiens.

IV Les spécificités de l'école maternelle

En France, l'école est obligatoire à partir de 6 ans ; les élèves effectuent leur première entrée à l'école élémentaire en classe de CP, au cours de leur sixième année d'âge, mais la plupart des enfants débutent leur scolarité à l'école maternelle. Le ministère de l'éducation nationale publie un programme spécifique dans lequel le développement de l'enfant est plus particulièrement pris en compte. Les mathématiques sont signalées dans la rubrique "*Découvrir le monde*" (MEN, 2008) où sont précisées les compétences et les connaissances attendues.

Depuis Piaget les chercheurs accumulent des résultats concernant la conceptualisation du nombre chez les jeunes enfants ; ils s'accordent sur la nécessité d'un temps d'apprentissage long avec la fréquentation de

contextes divers (Vergnaud, 1990) et ils constatent chez les enfants une hétérogénéité dans ce processus, d'autant que les apprentissages se font aussi hors la classe. Fayol (2012) aborde la question du passage aux codes symboliques.

En ce qui concerne les supports donnés, plusieurs études insistent sur l'intérêt de proposer aux élèves des tâches dans lesquelles les objets sont manipulables, favorisant ainsi les rétroactions. En outre, la spécificité de ce public non-lecteur contraint nécessairement l'offre de manuels scolaires, lesquels compte tenu des liens avec les notions en jeu et la gestion de la classe ne peuvent avoir les mêmes caractéristiques que ceux rencontrés à l'école élémentaire.

Le tableau (Annexe G) donne un aperçu des ressources proposant des activités ciblées par niveau d'enseignement. On perçoit la spécificité de l'offre à travers les ouvrages qui concernent à la fois deux, voire les trois niveaux de l'école maternelle. Une minorité propose des supports fichiers pour l'élève associés à un guide pour l'enseignant (en bleu dans le tableau) à l'image de ce qui se fait à l'école élémentaire. On retrouve le plus souvent des ouvrages destinés aux enseignants, avec la description du contenu d'activités et de leur conduite, lesquelles requièrent souvent un matériel que doivent construire les enseignants. Des fiches à photocopier sont parfois fournies dans ce type d'ouvrages.

À côté des "manuels", on trouve une littérature abordant le volet conceptuel des situations proposées à l'école maternelle, celle-ci prend en compte de manière implicite ou explicite des aspects développementaux de l'enfant (Annexe G).

Les auteurs ayant des approches proprement didactiques ou psychologiques sont assez nombreux parmi ceux répertoriés dans la liste précédente. La présence d'acteurs de terrain est moindre.

1 À propos des fiches

Le travail de thèse de Joigneaux porte sur les inégalités scolaires en classe maternelle. Joigneaux (voir Bonnery et al. (2015)) étudie en particulier le travail sur fiche. Une fiche est dans la terminologie professionnelle un support papier qui permet de proposer des exercices et qui peut être utilisé par les élèves de manière individuelle, voire autonome. Ces fiches peuvent être présentes dans un support fichier, mais aussi dans certains ouvrages destinés à l'enseignant ou encore sur Internet. L'emploi de fiches est à mettre en relation avec un mode de gestion empruntant essentiellement deux formes : regroupement et atelier. Il faut comprendre "*regroupement*" comme étant celui des élèves de la classe entière. À l'inverse, les ateliers sont composés de quelques élèves, le plus souvent regroupés autour d'une table.

Il y a donc plusieurs ateliers simultanés et une tâche différente peut être proposée à chacun. L'enseignant ne peut alors être auprès de tous les élèves en même temps. Joigneaux indique qu'il se crée des ateliers dits autonomes dans lesquels les élèves ne peuvent qu'être exceptionnellement aidés par l'enseignant. La fiche est un support qui pourrait sembler être adapté à ce fonctionnement car permettant à l'élève de travailler seul, mais aussi de fixer des traces sur lesquelles l'enseignant pourrait revenir. Cependant, de par leur complexité sur le plan sémiotique, ces fiches, empruntant souvent un format tabulaire, sont d'un abord difficile pour les élèves. En outre, observe Joigneaux, les aides apportées par les enseignants, contraints par le dispositif atelier, peuvent ne pas suffire à orienter les élèves dans cette complexité.

Les activités mathématiques proposées sur fiche restreignent les interactions avec le milieu matériel, les objets n'étant pas manipulables. Les occurrences de rétroaction sont donc limitées. D'après Joigneaux,

ce sont les élèves les plus en difficulté qui semblent pâtir de l'utilisation de fiches, ceux-ci étant ceux qui mettent le plus de temps à les commencer et qui copient le plus souvent sur d'autres, renforçant ainsi un processus de différenciation scolaire qui participe à creuser des inégalités.

2 Le processus de documentation

Des éléments propres à l'école maternelle influencent le processus de documentation des enseignants. On peut citer l'autonomie des élèves, leur non entrée dans l'écrit ainsi qu'un mode de gestion en ateliers et regroupements. On peut relier ces constats à l'offre documentaire qui apparaît notablement différente. Par exemple, il y a très peu d'ouvrages qui présentent des programmations de progression sur l'année, avec les séances à faire jour après jour comme on le voit à partir du CP. On peut donc faire l'hypothèse que les enseignants vont chercher des informations via d'autres médias, et en particulier en explorant ce qui est disponible en ligne.

L'étude faite ici ne comporte pas d'analyse didactique des activités proposées. Il est difficile de n'envisager que l'étude des supports mentionnés, puisque d'autres sont vraisemblablement utilisés par les enseignants. En outre, il est nécessaire de prendre en compte les pratiques des enseignants qui semblent être notablement différentes de celles de l'école élémentaire, en tout premier lieu concernant l'emploi de fiches.

Ces investigations spécifiques sont nécessaires pour donner à comprendre l'approche du nombre à la maternelle, le passage du monde intuitif au monde symbolique.

Conclusion

En ce début du XXI^{ème} siècle, force est de constater que le manuel scolaire de mathématiques, en tant qu'*ouvrage relié ou broché susceptible d'être mis en classe à portée de main des élèves et conçu en relation avec les programmes d'enseignement*, reste bien présent sur le marché de l'édition scolaire avec une offre comptant plus d'une centaine de titres parus depuis la publication des programmes 2008 pour l'école élémentaire. Signalons que les dix manuels analysés de manière plus approfondie révèlent globalement une conformité aux programmes, ce qui n'est pas toujours le cas pour l'ensemble de l'offre éditoriale. Le manuel *La méthode de Singapour* est particulièrement préoccupant à ce titre.

La profusion de l'offre renvoie nécessairement à la question du choix :

- choix des éditeurs qui vont décider à un moment donné d'accompagner l'élève sur plusieurs années de sa scolarité et vont opter pour la réalisation de collections d'ouvrages allant même parfois de la grande section de l'école maternelle jusqu'au CM₂. Le choix effectué par un éditeur pour élaborer le manuel s'oriente alors soit uniquement vers des spécialistes de la didactique des mathématiques, soit uniquement vers des professionnels de terrain, soit vers une équipe "mixte" prenant en compte les deux catégories précédentes.
- choix des auteurs qui vont alors renvoyer à des modèles différents d'enseignement-apprentissage, s'appuyer plus ou moins sur les différents travaux de recherche et, par exemple, dans le cadre du Nombre et du Calcul, prendre des options différentes. Les analyses conduites tout au long du présent rapport montrent à quel point ces choix ne sont pas neutres et peuvent aller jusqu'à conforter l'élève dans des représentations erronées du nombre.
- choix des utilisateurs. Le manuel scolaire, outil au statut paradoxal (Priouret, 1977), ne peut être choisi par celui auquel il est directement destiné : l'élève. Pour autant ce choix ne relève pas nécessairement de l'enseignant de la classe puisque la durée de présence d'un manuel dans une école dépasse parfois largement la durée de présence de l'enseignant. Polyvalent, donc amené à choisir des manuels dans d'autres disciplines avec un budget limité, l'enseignant reprend parfois le manuel de mathématiques présent depuis plusieurs années dans la classe, manuel qu'il n'a pas nécessairement choisi et dont il ne sollicite pas le renouvellement en dépit de son éventuelle obsolescence. C'est ainsi que l'on peut trouver dans certaines classes des manuels de mathématiques dont la parution est antérieure aux programmes en vigueur, pouvant placer l'enseignant en situation de non-rÉSPÉct des programmes s'il ne procède pas à la veille pédagogique nécessaire.

Pour les classes de CP et de CE₁, la limitation de la liberté pédagogique des enseignants se trouve renforcée dans le contexte d'un enseignement où l'offre éditoriale, pour ne pas dire commerciale, porte presque exclusivement sur le choix du "format fichier" qui devra être renouvelé à chaque rentrée scolaire et qui peut développer chez l'élève un rapport à l'écrit extrêmement normatif.

Confrontés d'une part à la profusion et à la diversité de l'offre éditoriale et d'autre part à des manuels déjà présents dans l'école, les enseignants se tournent souvent vers d'autres ressources, en grande majorité accessibles gratuitement en ligne, à la fois pour définir les contenus pédagogiques et didactiques des séances à mettre en uvre et pour compléter les supports inhérents au manuel présent le cas échéant dans la classe. On peut rencontrer des enseignants téléchargeant alors des fiches qui ne s'inscriront pas nécessairement en cohérence avec les choix des auteurs du manuel présent dans la classe. L'utilisation de fiches pose un autre

problème à l'école maternelle : elle est source d'inégalités scolaires et est liée à la fois à l'offre éditoriale et au dispositif atelier/regroupement mis en uvre fréquemment.

Par ailleurs, la diversité de l'offre dont fait état ce rapport ainsi que les analyses didactiques entreprises posent la question de la cohérence, voire celle de la pertinence de l'approche des notions mathématiques et de leur enseignement, à la fois sur l'année d'utilisation d'un même manuel (et de son guide éventuel) mais aussi sur un temps plus long. Se pose ainsi la question de l'articulation des contenus des savoirs véhiculés par les manuels, au sein d'une collection et entre collections. Certains enseignants prennent ces éléments en compte dans le choix du manuel, à l'inverse d'autres qui doivent composer avec d'autres facteurs, y compris d'ordre matériel. Cette question de la continuité des savoirs est encore plus importante pour les élèves qui changent d'école en cours de scolarité.

Sans une formation initiale et continue suffisantes éveillant au regard critique nécessaire au choix de ressources, les professeurs risquent de ne pas être en mesure d'exercer le contrôle épistémologique nécessaire à la construction de leur documentation.

Le travail entrepris dans ce rapport est limité et demande des approfondissements. Cependant les résultats obtenus conduisent à proposer une liste de préconisations visant à permettre aux enseignants de mieux exercer la liberté pédagogique qui leur revient.

Préconisations

Au vu de l'analyse de manuels de mathématiques dans le domaine "*Nombres et Calcul*" et de l'observation de l'utilisation de ces manuels, les deux auteurs du présent rapport émettent les préconisations suivantes :

- Créer et favoriser la diffusion d'une **banque de ressources en ligne** élaborées par des **équipes pluri-catégorielles** (didacticiens, enseignants, formateurs, inspecteurs, chercheurs) : contenus didactiques, analyse commentée de manuels, séances de classes filmées montrant l'usage des manuels,...
- Développer la formation à l'utilisation des manuels scolaires dans le cadre de formations initiale, continue ou à distance, ces formations visant d'une part à l'appropriation des contenus des manuels au regard des travaux de recherche et d'autre part à l'acquisition d'une **posture réflexive sur l'utilisation du manuel scolaire**.
- Conduire une réflexion sur le statut du manuel scolaire et sur son **évolution**, au regard des outils numériques (manuels numériques avec utilisation de tablettes et de tableaux blancs interactifs).
- Étendre la réflexion engagée sur les manuels de mathématiques (volet "*Nombres et Calcul*") à d'autres domaines des mathématiques et à d'autres disciplines, compte tenu de la **polyvalence** de l'enseignant du premier degré.

Remerciements

Les auteurs du présent rapport tiennent à remercier tout particulièrement :

- les personnes qui leur ont facilité l'accès à la documentation (Mmes et Mrs les personnels du CNESCO, les documentalistes des centres ESPÉ de Chaumont, Livry-Gargan, Reims, Troyes) ;
- Mme et M. les Recteurs des Académies de Clermont-Ferrand et de Reims ;
- Mmes et Mrs les enseignants et leurs élèves. Écoles de :
 - Cellule - Marius Pourtier (63),
 - Chazemais (03),
 - Marcenat (03)
 - Montluçon - Voltaire (03),
 - Paris 19ème - Simon Bolivar (75),
 - Reugny (03),
 - Riom - Pierre Brossolette (63),
 - St Germain des Fossés - Charles-Louis Philippe (03),
 - Troyes - Boissière (10),
 - Troyes - Jaurès (10),
 - Volvic - Gustave Roghi (63).

Annexes

Annexe A Panel A : Offre éditoriale recensée (Mars 2015)

Éditeur	Titre	Dispo Rentrée 2014	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
Belin	<i>La clé des maths</i>	6	F	F	FL	L	L
Belin	<i>J'aime les maths</i>	3	F	F	F		
Bordas	<i>Au rythme des maths</i>	5	F		FL	L	L
Bordas	<i>Maths tout terrain</i>	8	F	F	FL	FL	FL
Bordas	<i>Maths collection Thévenet +</i>	6	F	F	FL	L	L
Bordas	<i>Place aux maths</i>	2	F	F			
Celda	<i>Act Mathématiques</i>	3			F	F	F
Hachette	<i>A portée de Maths</i>	4		L	L	L	L
Hachette	<i>Les maths à la découverte du monde / des sciences</i>	4	F	F	F		L
Hachette	<i>Mathématiques Petit Phare</i>	3			F	L	L
Hachette	<i>Pour comprendre les maths</i>	7	F	F	FL	FL	L
Hachette	<i>Maths Explicites</i>	1				L	
Hatier	<i>Cap Maths</i>	6	F	F	FL	L	L
Hatier	<i>Euro Maths</i>	6	F	F	FL	L	L
Istra	<i>Mathématiques Litchi</i>	6	F	F	FL	L	L
La librairie des écoles	<i>Méthode de Singapour</i>	5	F	F	F	F	F
Magnard	<i>La tribu des Maths</i>	5	F	F	L	L	L
Magnard	<i>Mes premières mathématiques avec Nemo et Mila</i>	1	F				
Magnard	<i>Outils pour les maths</i>	7	F	FL	FL	L	L
Nathan	<i>Tous en Maths</i>	5	F	F	FL	L	
Nathan	<i>Vivre les maths</i>	8	F	F	FL	FL	FL
Retz	<i>J'apprends les Maths avec Picbille</i>	1	F				
Retz	<i>J'apprends les Maths avec Tchou</i>	1	F				
Retz	<i>J'apprends les Maths</i>	5		F	FL	L	L
Retz	<i>Les cahiers Sésamath</i>	1					F
Sed	<i>Classe Maths</i>	3	F	F	F		
Sed	<i>Maths +</i>	5	F	F	L	L	L
Sedrap	<i>Compagnon Maths</i>	5	F	F	L	L	L
		122	22	21	34	23	22

F : Fichier ; L : Livre

Annexe B Panel B et Panel C

Panel B : 48 manuels de 10 collections

Éditeur	Titre	Dispo Rentrée 2014	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
Belin	<i>La clé des maths</i>	5	X	X	X	X	X
Bordas	<i>Maths tout terrain</i>	5	X	X	X	X	X
Hachette	<i>Pour comprendre les maths</i>	5	X	X	X	X	X
Hatier	<i>Cap Maths</i>	5	X	X	X	X	X
Hatier	<i>Euro Maths</i>	5	X	X	X	X	X
Istra	<i>Mathématiques Litchi</i>	5	X	X	X	X	X
Magnard	<i>Outils pour les maths</i>	4		X	X	X	X
Nathan	<i>Tous en Maths</i>	4	X	X	X	X	
Retz	<i>J'apprends les Maths avec Picbille</i>	5	X	X	X	X	X
Sed	<i>Maths +</i>	5	X	X	X	X	X
		48	9	10	10	10	9

Panel C : 8 manuels de 4 collections

Éditeur	Titre	Dispo Rentrée 2014	CP	CM1
Hachette	<i>Pour comprendre les maths</i>	2	X	X
Hatier	<i>Cap Maths</i>	2	X	X
Hatier	<i>Euro Maths</i>	2	X	X
Retz	<i>J'apprends les Maths</i>	2	X	X
		8	4	4

Annexe C Les écritures chiffrées des nombres entiers au CP

Présentation générale des quatre manuels

	Composition de l'ensemble de la ressource	Répartition des 5 périodes sur l'année propre au manuel				
<i>Pour comprendre les maths</i>	1 fichier par élève de 144 pages avec du matériel détachable et manipulable ; 1 fascicule sur le calcul mental réfléchi pour chaque élève	P1	P 2	P 3	P 4	P 5
	1 manuel enseignant de 255 pages avec du matériel <u>photocopiable</u> ; 1 recueil d'exercices supplémentaires pour l'enseignant	20%	19%	20%	20%	20%
<i>J'apprends les maths</i>	1 fichier par élève de 160 pages avec du matériel détachable ; du matériel manipulable	P1	P 2	P 3	P 4	P 5
	1 manuel enseignant de 160 pages avec du matériel manipulable en classe entière	19%	23%	17%	17%	23%
<i>Euro Maths</i>	1 fichier par élève de 144 pages avec du matériel détachable ; 1 fascicule de synthèse de 10 pages pour chaque élève	P1	P 2	P 3	P 4	P 5
	1 manuel enseignant de 240 pages avec du matériel <u>photocopiable</u> et des bilans	18%	23%	21%	19%	19%
<i>Cap Maths</i>	1 fichier par élève de 144 pages avec du matériel détachable ; 1 fascicule de synthèse de 10 pages pour chaque élève	P1	P 2	P 3	P 4	P 5
	1 manuel enseignant de 310 pages ; du matériel <u>photocopiable</u> pour l'enseignant	20%	20%	20%	20%	20%

La séance d'introduction du sens des chiffres

Repérage dans le manuel

Pour comprendre les maths

Séance 61, p. 61 du fichier élève, p. 106 et 107 du guide pédagogique.

J'apprends les maths

Séquence n° 52 p. 68 à 71 du fichier de l'élève, p. 80, 81 et 83 du guide pédagogique.

Euro Maths

Etape 44 p. 80 du fichier et p. 117 et 118 du guide enseignant (précédée de deux étapes, les 28 et 29, et suivie de deux autres entraînement/renforcement, les 47 et 48).

Cap Maths

Séances 1 à 5 de l'unité 8, p. 68 à 71 du fichier et p. 151 à 161 du guide enseignant. Les 3 premières situations sont amenées par l'enseignant. Les 2 suivantes sont des tâches de réinvestissement (rubrique entraînement) présentées sur le fichier de l'élève.

Les savoirs en jeu tels qu'ils sont prescrits dans le manuel

<i>Pour comprendre les maths 2008</i>	À dire aux élèves : « <i>Nous avons appris à compter des objets en faisant des paquets de dix</i> ». Dans les indications pour mener la séance, il est préconisé d'apporter une attention particulière sur le fait de ne pas inverser les chiffres.
<i>J'apprends les maths 2012</i>	« <i>vingt s'écrit 20 parce que c'est 2 boîtes pleines et 0 jeton isolé</i> ». « <i>On organisera une synthèse collective en se concentrant sur le changement de dizaines : 29, 30 et 31. Pour 30, un problème se pose : doit-on se contenter de dessiner 2 boîtes pleines et 10 jetons à côté ? On rappelle la règle : dès qu'on a 10 jetons, on les range dans un groupe de dix de Picbille, c'est-à-dire une boîte. On commente l'écriture correspondante : il y a trois groupes de dix et 0 jetons isolés. La formation de 40 et 50 sont envisagées au tableau en faisant des schémas de boîtes et en utilisant des feuilles colorées [matériel Montessori]</i> ». 5 séances plus tard : « <i>Le premier chiffre dit combien il y a de groupes de dix, le second combien il y a de points isolés. « vingt » signifie 2 groupes de dix, « trente » 3 groupes de dix ...</i> ».
<i>Euro Maths 2011</i>	« <i>Dans 52, il y a 5 plaques de 10 et 2 carreaux.</i> ». En outre, la rubrique « <i>Conclure avec les élèves</i> » du guide pédagogique indique : « <i>42 c'est 4 dizaines et 2 unités. 51 c'est 5 dizaines et 1 unité. 60 c'est 6 dizaines. 6 plaques de dix c'est 60.</i> » Sur le fichier des élèves est écrit « <i>52, c'est 5 dizaines et 2 unités.</i> ».
<i>Cap Maths 2009</i>	« <i>Dans 42, il y a 4 groupements de dix (4 dix ou encore « quarante ») et 2 « tout seuls » (ou unités). On peut le traduire en écrivant : $42=40+2$ ou encore $42=10+10+10+10+2$ (on trouve bien quarante en comptant alors dix, vingt, trente, quarante, quarante-deux). Généraliser en montrant que c'est valable pour tous les nombres à deux chiffres</i> ».

La tâche

Pour comprendre les Maths

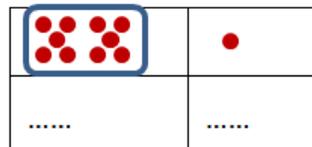
Tâche 1. Il s'agit directement de trouver l'écriture chiffrée du cardinal d'une "grande" collection (51 objets non manipulables). La tâche est découpée en une première phase où les élèves doivent indiquer ce nombre sans que la forme soit précisée (est-ce de manière orale ? Est-ce le nom du nombre ?). L'enseignant doit alors mettre en avant que le groupement par dix favorise cette tâche. Dans une 2e phase, l'enseignant pose la question "*comment noter le résultat ?*". A partir de plusieurs résultats envisageables, l'enseignant fait apparaître l'écriture chiffrée usuelle "51" (utilisée jusqu'à 41 en début de la même séance dans une file numérique, jusqu'à 32 le restant de l'année) comme une solution. C'est le lien entre l'organisation d'une collection dans une tâche de dénombrement (en dizaines et unités) qui est donc mis en avant. Des tâches de réinvestissement sont ensuite proposées :

Tâche 2 : une dizaine de jetons est entourée dans une collection de 35 jetons dessinés, il est demandé de former des dizaines en entourant puis d'indiquer par écrit (EC) leur nombre puis de remplir un tableau

Tâche 3 : réciproque de la précédente : l'écriture chiffrée est donnée, le tableau est rempli, il faut dessiner la collection de jetons (24 jetons à dessiner).

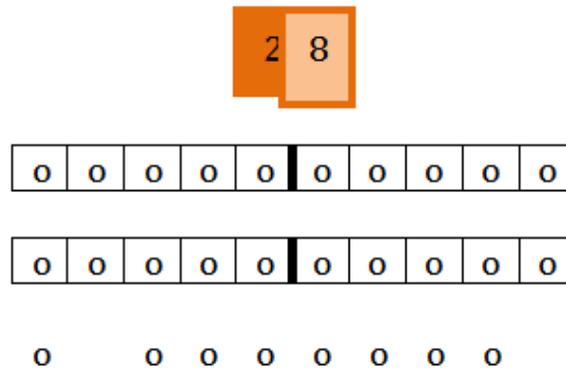
Tâche 2b : identique à la tâche 2, sans que ne soient entourés d'objet initialement (47 coccinelles de dessinées).

Tâche 3b : identique à la tâche 3 (32 billes à dessiner).



J'apprends les maths

Trois files numériques sont disposées sur chaque fichier de l'élève.



- une 1e file numérique (double page) sous forme d'une piste de cases en colimaçon avec dans les cases la suite des écritures chiffrées jusqu'à un certain nombre (évoquant le matériel Montessori) et une représentation du nombre à l'aide des boîtes ouvertes de Picbille (boîtes contenant dix billes alignées avec une marque séparant la collection en deux groupes de 5 et une croix sur la 3e et la 8e, ainsi que des billes unités visibles avec groupement par cinq en ligne qui évoque le début du remplissage d'une boîte)
- une 2e file numérique (double page) similaire à la précédente mais on ne voit plus les jetons dans la représentation des boîtes.
- une 3e file numérique, suite de celle introduite en période 2, (en bas de la double page précédente) réalisée avec les boîtes de Picbille mises à la file les unes des autres semi ouvertes et séparée par un vide, sous laquelle est située une suite de cases dans lesquelles peuvent se placer la suite des EC des nombres (les repères utilisés pour 3, 5, 10 sont aussi apparents).

Sur le fichier, la 1e file s'arrête à 21, la 2e à 32 (on demande la poursuivre au-delà de 50 dans le guide pédagogique), la 3e à 46.

Cap Maths (La tâche "Le grand Ziglotron" et l'activité de deux enseignants ont été analysées dans Mounier (2013).)

Apporter en un seul voyage autant d'objets (des boutons sous forme de carrés) qu'il y en a de dessiné sur une feuille. Les objets sont disponibles sous forme unitaire ou en plaque de dix. Ils sont placés à un endroit distinct de ceux dessinés sur la feuille. Ils sont à commander à un autre élève. La validation est matérielle et se fait par les élèves eux-mêmes.

La commande à un autre élève est d'abord orale (23 ou 30 ou 37 objets sur fiche) puis écrite (28 ou 34 ou 45 objets sur fiche, maximum de neuf objets unitaires) puis le matériel n'est plus disponible pour compléter un bon de commande sur lequel est écrit "42", qui mène à indiquer le savoir en jeu. Pour la tâche d'entraînement, les nombres en jeu sont 16, 36, 38, 43, 50, 63, 83.

Euro Maths

Il s'agit directement de trouver un score à partir d'un jeu dont les règles mènent à faire des dizaines puis à échanger chaque dizaine par une plaque de dix.



Cette plaque est aussi représentée sur le fichier sous la forme ci-dessous, ce qui favorise le comptage par dix par rapport à celui un à un.

10

Le dénombrement en dizaine (dix, vingt,...) est anticipé dans des séances précédentes, ainsi que les problèmes liés à l'énumération.

Annexe D Désignations orales du nombre décimal

Pour lire un nombre décimal

24,035 peut se lire

- 24 unités 35 millièmes
La partie décimale est lue en une seule fois.
- 24 unités 3 centièmes 5 millièmes
La partie décimale est décomposée.

Cap Maths - Dicomaths (CM₁-CM₂, p. 7)

Plusieurs exercices renvoient au passage à la désignation orale.

3 Écris chaque nombre sous la forme d'une fraction décimale et d'un nombre à virgule. Observe l'exemple.

2 unités et 7 dixièmes → $\frac{27}{10}$ et 2,7

- 3 unités et 45 centièmes
- 15 unités et 50 centièmes
- 1 unité et 6 dixièmes
- 2 unités et 5 centièmes
- 7 unités et 16 centièmes
- 9 dixièmes

7 Reproduis et complète ce tableau. Observe l'exemple.

4,65	4 unités et 65 centièmes
6,2	
	7 unités et 125 millièmes
3,08	
	2 unités, 1 dixième et 4 millièmes
	9 centièmes

À portée de maths (CM₁, pp. 44-45)

Dans 4,86 : 4 est la partie entière ; 0,86 est la partie décimale (c'est le rompu).

- **On lit** : « quatre unités et quatre-vingt-six centièmes »
ou : « quatre virgule quatre-vingt-six centièmes ».
- La **virgule** sépare les unités des dixièmes.

Euro Maths - Aide-mémoire (CM₁, p. 7)

J'ai appris

13,6 signifie $13 + \frac{6}{10}$ ou $\frac{136}{10}$.

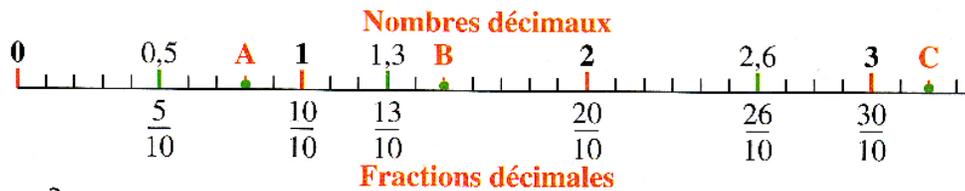
Sur les machines, la virgule est souvent remplacée par un point.

Ce nombre s'appelle un nombre **décimal**.

Le chiffre à droite de la virgule désigne les dixièmes.

13,6 se dit « **treize virgule six dixièmes** ».

J'apprends les maths (CM₁, p. 128)



$$\frac{13}{10} = 1 + \frac{3}{10} = 1,3.$$

Le nombre 1,3 est un nombre décimal. Il se lit « une unité trois dixièmes » ou « un virgule trois ».

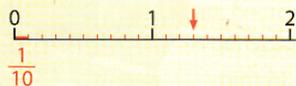
1 est la partie entière, 3 est la partie décimale.

$\frac{5}{10} = 0,5$. Le nombre décimal 0,5 se lit « cinq dixièmes » ou « zéro virgule cinq ».

Pour comprendre les maths (CM₁, p. 156)

Retenir

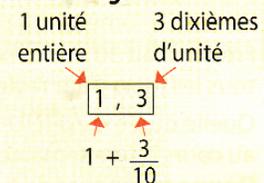
Chaque unité peut être partagée en 10 dixièmes.



Le nombre fléché peut s'écrire sous plusieurs formes.

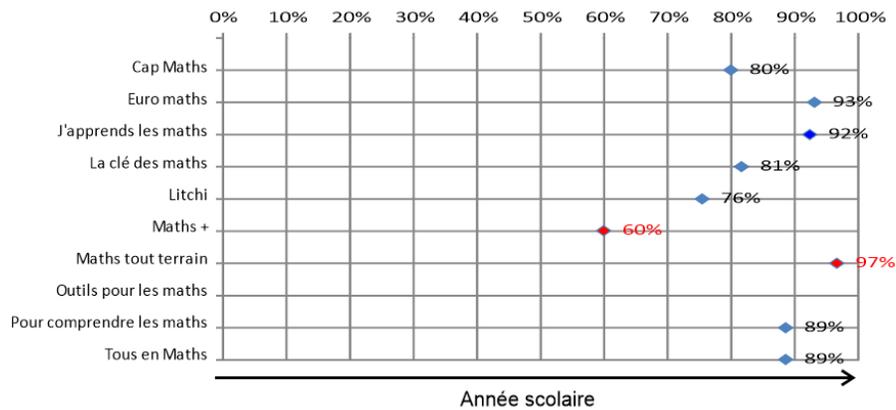
- 13 dixièmes : $\frac{13}{10}$
- 1 unité et 3 dixièmes : $1 + \frac{3}{10}$
- nombre à virgule : 1,3

Le nombre à virgule.

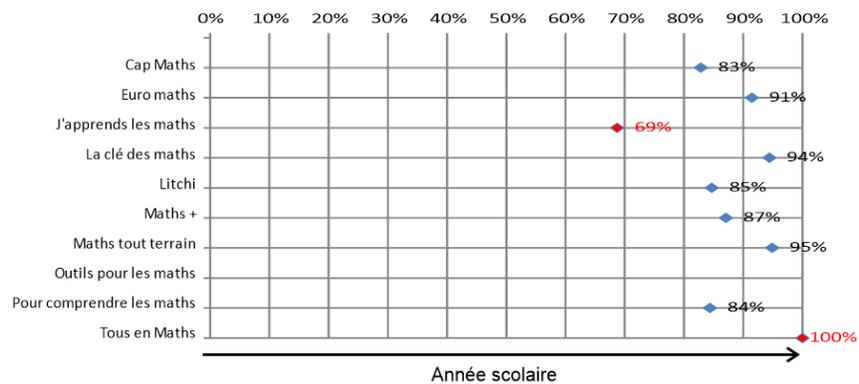


Litchi (CM₁, p. 106)

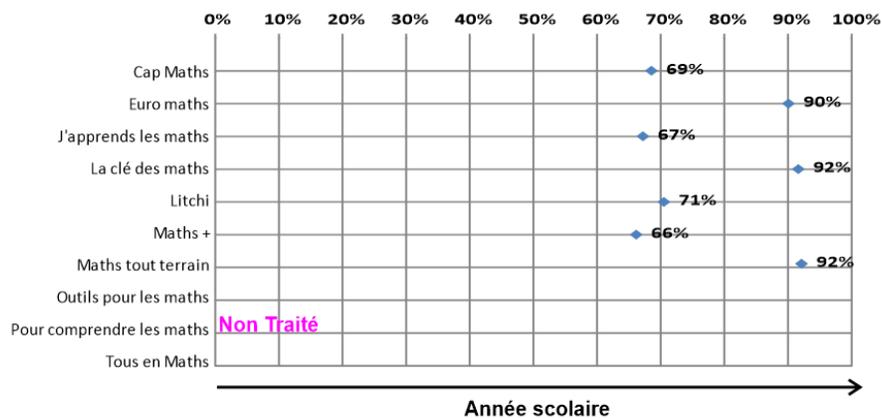
Annexe E Les techniques opératoires



Moment d'introduction dans l'année de CM₁ de la technique de la multiplication d'un entier par un décimal



Moment d'introduction dans l'année de CE₂ de la technique de la division d'un entier par un entier à 1 chiffre



Moment d'introduction dans l'année de CM₂ de la technique de la division d'un décimal par un entier dont le nombre de chiffres est supérieur à 1

Annexe F L'utilisation du manuel de mathématiques à l'école élémentaire

Dispositif d'enquête (observations et entretiens)

	Académie	Département (Code école)	Niveau d'enseignement	AGS	Nb de classes	Mois année	Durée obs.	Durée entretien	Transcr.
Enseignants non formateurs	Clermont-Ferrand	Allier (EC-D)	CM1-CM2	6 à 10	1 (RPI)	mars-15	52 min	31 min 21 s	X
		Allier (EC-J)	CE2-CM1	2 à 5	2 (RPI)	mars-15	53 min	48 min 00 s	Notes
		Allier (EC-E)	CM1	2 à 5	6 (ZEP)	mars-15	48 min	42 min 44 s	X
		Allier (EC-I)	CM1	6 à 10	6	mars-15	33 min	43 min 44 s	X
		Allier (EC-G)	CE2-CM1	6 à 10	2 (RPI)	mars-15	55 min	25 min 08 s	X
		Allier (EC-H)	CM1-CM2	6 à 10	2 (RPI)	mars-15	49 min	44 min 33 s	X
		Puy de Dôme (EC-A)	CM1	11 à 15	10	mars-15	75 min	56 min 29 s	X
		Puy de Dôme (EC-B)	CM1	11 à 15	3 (RPI)	mars-15	57 min	36 min 38 s	X
	Puy de Dôme (EC-F)	CE1-CM1	11 à 15	10	mars-15	65 min	34 min 57 s	X	
	Paris	Paris (EC-L)	CP	2 à 5	11	mars-15	58 min	91 min 23 s	Notes
Reims	Aube (EC-K)	CP	6 à 10	6	févr-15	46 min	29 min 38 s	X	
	Aube (EC-C)	CM1	2 à 5	5	mars-15	62 min	60 min 34 s	X	

AGS : Ancienneté Générale de Service

RPI : Regroupement Pédagogique Intercommunal

ZEP : Zone d'Éducation Prioritaire

Obs. : Observation

Transc. Transcription

Analyse des deux double-pages du manuel À portée de maths CM₁

Séance	Rappel explicite d'un savoir antérieur	Découverte du savoir nouveau				Problèmes	Institutionnalisation (Explicite / ou renvoi à un mémo extérieur au manuel)
		Dénomination de la situation	Caractéristique Explication Observation Problèmes à résoudre	Volume (fraction de page)	Exercice Sur thème / Hors Thème de la séance		
8	Non	Cherchons ensemble (énoncé et dessin)	Problème court admettant une seule réponse numérique.	1/6 de page (8% de la surface de la séance)	8 exercices d'appropriation de la notion et 1 exercice « Je travaille seul » (avec corrigé page 54).	Rubrique « À toi de jouer »	Bandeau servant de Référentiel (appellation des auteurs) situé en haut de page (à côté du « Cherchons ensemble »). Ce bandeau récapitule les notions nouvelles étudiées dans la double page.
9	Non	Cherchons ensemble (texte et dessin avec données numériques)	Problème court admettant une seule réponse numérique.	1/5 de page (10% de la surface de la séance)	8 exercices d'appropriation de la notion. 1 exercice « Je travaille seul » (avec corrigé page 54).	2 « problèmes » Rubrique « À toi de jouer »	Bandeau servant de Référentiel (appellation des auteurs) situé en haut de page (au-dessous du « Cherchons ensemble »). Ce bandeau récapitule les notions nouvelles étudiées dans la double page.

Analyse des séances réalisées par les deux enseignants EC-B et EC-I

Séance 8 (enseignant EC-B)

L'objectif de la séance est d'introduire la notion de fractions décimales. L'enseignant a élaboré sa propre situation de départ : faire placer aux élèves plusieurs fractions sur une droite graduée qu'il a construite.

On peut distinguer une première phase collective de 16 minutes avec présentation successive de la droite graduée, de l'unité (u) en noir bornée sur la droite graduée par 0 et 1 puis des graduations bleues partageant l'unité en 10 parts égales et des graduations rouges partageant l'unité en 100 parts égales.

On remarque que cet enseignant qui n'utilise pas le guide pédagogique, parce qu'il ne "aide en aucune façon", a construit son propre dispositif qui relève du type "explication-application" (Ibid., p. 31).

L'ajustement est double. Il porte :

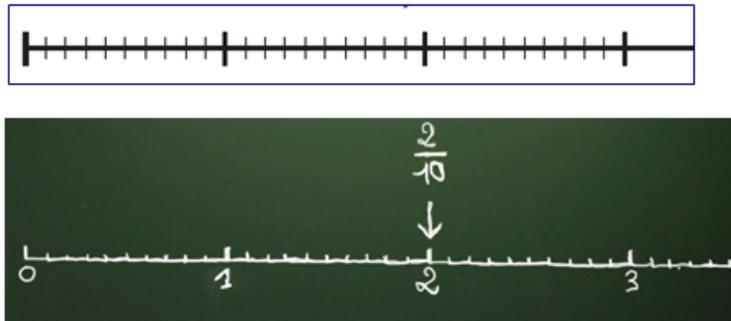
- d'une part, sur le remplacement des situations prévues dans le manuel et dans le guide de l'enseignant (*Cherchons ensemble et Piste de recherche*) par une situation créée par ses soins ;
- d'autre part, sur une modification du dispositif didactique passant d'un modèle "observation-compréhension-application" induite par le guide pédagogique à un modèle du type "explication-application".

Séance 9 (enseignante EC-I)

L'enseignant EC-I s'est référé au guide pédagogique pour construire la "piste de recherche". Il trace au tableau une règle numérique graduée en dixièmes portant les repères-unités de 0 à 3. Puis il demande aux élèves, dans un dispositif "d'observation-compréhension-application" d'indiquer la fraction qui correspond à une graduation précise (2).

L'ajustement porte sur le support de l'exercice qu'il a modifié en passant d'une demi-droite graduée sans repères chiffrés à la droite représentée ci-dessous. Cette modification de la présentation du support de

l'exercice a transformé, en la réduisant, la difficulté de la tâche prévue par les auteurs du manuel.



Cette analyse révèle la diversité, mais aussi les enjeux des ajustements apportés par les enseignants. Cette diversité d'utilisation des guides pédagogiques par les enseignants fait écho à celle constatée par [Remillard \(2010\)](#) quand elle dit que "*les formes d'engagement des enseignants peuvent amener à des utilisations tout à fait différentes d'une même ressource.*". Plusieurs études ont décrit l'utilisation du manuel scolaire par des Professeurs des Écoles Maîtres Formateurs et les formes différentes d'ajustements opérés par ces enseignants expérimentés ([Margolinas et Wozniak, 2009](#); [Priolet, 2014](#)).

Annexe G L'offre éditoriale pour l'école maternelle

Un aperçu de l'offre éditoriale

Éditeur	Titre	PS	MS	GS	
Access	Vers les Maths	Ens	Ens	Ens	El : ouvrage à destination de l'élève (fichier)
<u>Auzou</u>	Graine de génie		El	El	
Belin	J'apprends à compter			El	
Belin	J'aime les maths			El+Ens	Ens : ouvrage à destination de l'enseignant
<u>Celda</u>	Acti Mathématiques	El+Ens	El+Ens	El+Ens	
Hatier	ERMEL : apprentissages numériques et résolution de problèmes			Ens	El+Ens : un ouvrage pour l'enseignant, un autre pour l'élève
	Cap Maths			El+Ens	
	Mathé Matous Les Rituels Mathématiques		Ens	Ens	
	Mathé Matous Les Ateliers numériques		Ens		
	A la maternelle découvrir le monde avec les mathématiques	Ens		Ens	
Librairie des écoles	La méthode de Singapour		El+Ens	El+Ens	
Magnard	Maths premiers pas		El	El	
Retz	J'apprends les maths	El		El+Ens	
Nathan	Ateliers en maternelle	Ens	Ens	Ens	
Retz	Maths à grands pas	El			
<u>Sceren</u>	Des situations pour apprendre le nombre	Ens			
<u>Sceren-UPEC</u>	Enseigner les mathématiques à l'école maternelle.	Ens			
SED	Mon année de maths	Ens			

Un aperçu de la littérature à destination des enseignants

Editeurs	Titre	Auteurs	Année
<u>Chenelière</u> éducation	<i>Les difficultés en numération</i>	Picard	2013
CRDP Créteil	<i>Enseigner les mathématiques en maternelle</i>	<u>Fénichel</u> , <u>Mazollier</u>	2011
CRDP Grenoble	<i>Faire des mathématiques à l'école maternelle :</i>	<u>Pierrard</u>	2011
CRDP Midi-Pyrénées	<i>50 activités pour découvrir le monde vers les mathématiques à la maternelle</i>	Collectif	2012
De Boeck	<i>Le nombre à l'école maternelle, une approche didactique</i>	<u>Margolinas</u> , <u>Wozniak</u>	2012
<u>Irem</u> de Grenoble	<i>Grand N spécial maternelle</i>	Collectif	1999
PUF	<i>L'acquisition du nombre</i>	Fayol	2012
Retz	<i>Premiers pas vers les Maths</i>	<u>Brissiaud</u>	2007
Septentrion	<i>La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant</i>	<u>Bideaud</u> , <u>Lehalle</u> et <u>Vilette</u>	2004

Bibliographie

- Baillat, G. et O. Espinoza (2008). L'identité professionnelle problématique des enseignants polyvalents du premier degré : regard historique et rapport aux savoirs. In CRP (Ed.), *La profession enseignante face aux disciplines scolaires : le cas de l'école primaire*, pp. 59–90. Sherbrooke.
- Bolon, J. (1992). L'enseignement des décimaux à l'école élémentaire. *Grand N* 52, 49–79.
- Bonnery, J. B. E., J. Crinon, F. Eloy, C. Joigneaux, S. Kakpo, P. Rayou, et R. J-Y. (2015). *Supports pédagogiques et inégalités scolaires : études sociologiques*. Paris : La dispute.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques : Didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. et N. Brousseau (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. Bordeaux : IREM.
- Bruillard, E. (2010). Le passage du papier au numérique : le cas du manuel scolaire. In G. Ghislaine et T. Luc (Eds.), *Ressources vives : Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, pp. 201–216. Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- Chambris, C. (2008). *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20ème siècle. Connaissances des élèves actuels*. Ph. D. thesis.
- Chesne, J.-F. (2014). *D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental*. Ph. D. thesis, Thèse de l'Université de Paris 7.
- Choppin, A. (1992). *Les manuels scolaires, histoire et actualité*. Paris : Hachette.
- Douady, R. (1984). Jeux de cadres et dialectique outil objets. *Recherches en didactiques des mathématiques* 7(2).
- Douady, R. et M.-J. Perrin-Glorian (1986). Liaison école-collège : Nombres décimaux. *Paris : IREM de Paris 7* 62.
- Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlei.
- Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Paris : PUF.

- Gueudet, G. et L. Trouche (2010). *Ressources vives : Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- IGEN (1998). *Le manuel scolaire*. Paris : La Documentation française.
- IGEN (2012). *Les manuels scolaires : situation et perspectives*.
- IGEN-IGAENR (2010). *Le manuel scolaire à l'heure du numérique. Une "nouvelle donne" de la politique des ressources pour l'enseignement*.
- Margolinas, C. et F. Wozniak (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation* 35(2), 59–82.
- MEN-CNDP (2010). *Le nombre au cycle 2 : Éléments didactiques et pédagogiques, propositions de mise en oeuvre* (Collection "Ressources pour faire la classe" ed.).
- MEN-CNDP (2012). *Le nombre au cycle 3 : apprentissages numériques* (Collection "Ressources pour faire la classe" ed.).
- Mounier, E. (2010). *Une analyse de l'enseignement de la numération au CP : vers de nouvelles pistes*. Ph. D. thesis, Thèse de doctorat. Paris : Université Paris Diderot (Paris 7).
- Mounier, E. (2012). Des modèles pour les numérations orales indo-européennes à usage didactique, application à la numération parlée en France. *Annales de didactique et de sciences cognitives* 17, 27–58.
- Mounier, E. (2013). Y a-t-il des marges de manoeuvre pour piloter la classe durant une phase de bouclage ? *Recherches en didactique des mathématiques* 33(1), 79–113.
- Perrin-glorian, M.-J. et M. Hersant (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 23(2), 217–276.
- Pfaff, N. et M. Fenichel (2004-2005). *Donner du sens aux mathématiques*. Bordas.
- Prioret, M. (2014). The use of mathematics textbooks in the training of elementary school teachers in France. In *History of Education & Children's Literature IX/1. School textbooks and teachers training between past and present.*, pp. 111–124.
- Priouret, J. (1977). *Réflexion sur le statut paradoxal du livre scolaire*. Ph. D. thesis, Thèse de Doctorat d'État. Université Lyon 2.
- Remillard, J. (2010). Modes d'engagement : comprendre les transactions des professeurs avec les ressources curriculaires en mathématiques. In G. Ghislaine et T. Luc (Eds.), *Gueudet Ghislaine & Trouche Luc (dir.). Ressources vives : Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, pp. 201–216. Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- Rey, B. (2001). Manuels scolaires et dispositifs didactiques. In Y. Lenoir et B. Rey (Eds.), *Le manuel scolaire et l'intervention éducative : regards critiques sur ses apports et ses limites*, pp. 25–40. Sherbrooke : éditions du CRP.

- Roditi, E. (2002). La multiplication des nombres décimaux. enjeux, transpositions didactiques et contraintes d'enseignement. *Cahier de DIDIREM, Paris : Paris 7* 39.
- Tempier, F. (2013). *L'enseignement de la numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Ph. D. thesis, Thèse de l'Université de Paris 7.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques* 10(2-3), 133–170.



Cnesco

Carré Suffren

31-35 rue de la Fédération

75 015 Paris

cnesco.communication@education.gouv.fr

École normale supérieure de Lyon
Institut français de l'Éducation

19 allée de Fontenay

69 007 Lyon

conf.consensus.ife@ens-lyon.fr