Les multiples facettes d'une multiplication posée par écrit

Les multiples facettes d'une multiplication posée

La multiplication posée, un truc ?

Pour moi c'est mécanique... je dois dire... et puis j'ai jamais vraiment... En fait je reconnais, mes connaissances en mathématiques insuffisantes, là! Et puis peut-être que, personnellement, on ne me l'a jamais expliqué. J'ai pris ce truc... J'aime pas trop les maths! (rire)! Mais j'aime bien expliquer...

Une enseignante expérimentée

Clivaz, S., & Deruaz, M. (à paraître, 2018) *Des mathématiques pour enseigner : éléments de mathématiques spécifiques pour l'enseignement à l'école primaire.* Lausanne: Presses polytechniques universitaires romandes.

La multiplication et ses particularités

La multiplication et ses particularités



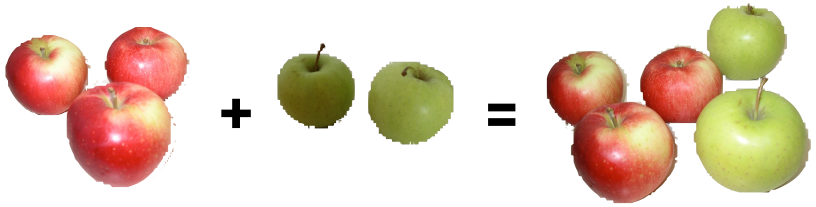
4 emballages

de 6 pommes

font
24 pommes

4 fois 6 pommes est égal à 24 pommes

La multiplication et ses particularités



3 pommes + 2 pommes = 5 pommes

La multiplication et ses particularités



3 pommes

+



2 pommes

=



2 pommes

+



3 pommes

La multiplication et ses particularités



4 emballages
de 6 pommes
font
24 pommes

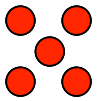
?
=



6 emballages
de 4 pommes
font
24 pommes

La multiplication et ses représentations

La multiplication comme une addition itérée



5 3x5=5+5+5

a 3a=a+a+a

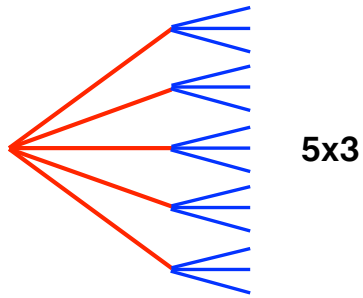
La multiplication comme un produit cartésien

Classique



5x3

Avec un arbre

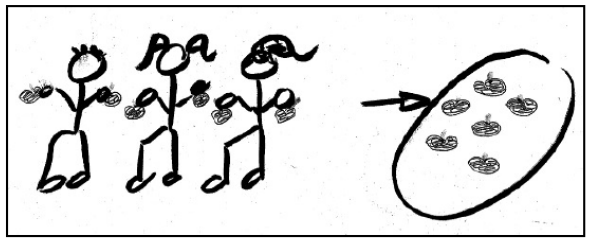


La multiplication

Difficile à représenter chez les futurs enseignants

Lorsque l'on demande à 178 futurs professeurs des écoles de représenter une multiplication à l'aide d'un dessin :

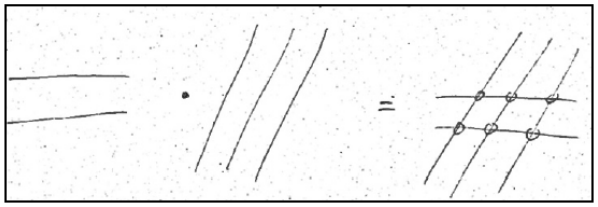
36 dessins représentent une addition itérée,



Clivaz, S., & Deruaz, M. (2013). Des mathématiques à leur enseignement, l'algorithme de la multiplication. *Grand N*, **92**, 15-23.

Lorsque l'on demande à 178 futurs professeurs des écoles de représenter une multiplication à l'aide d'un dessin :

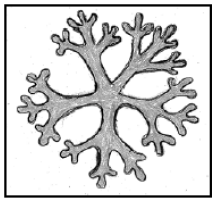
5 dessins représentent un produit cartésien ou une aire,



Clivaz, S., & Deruaz, M. (2013). Des mathématiques à leur enseignement, l'algorithme de la multiplication. *Grand N*, **92**, 15-23.

Lorsque l'on demande à 178 futurs professeurs des écoles de représenter une multiplication à l'aide d'un dessin :

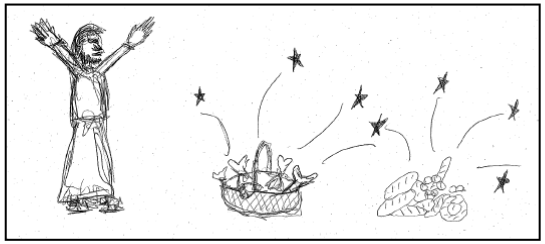
4 dessins montrent un schéma en arbre.



Clivaz, S., & Deruaz, M. (2013). Des mathématiques à leur enseignement, l'algorithme de la multiplication. *Grand N*, **92**, 15-23.

Lorsque l'on demande à 178 futurs professeurs des écoles de représenter une multiplication à l'aide d'un dessin :

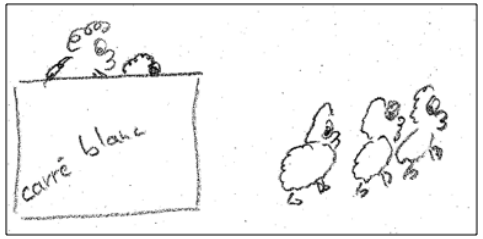
5 dessins (2,9%) évoquent des nombres devenant de plus en plus grand,



Clivaz, S., & Deruaz, M. (2013). Des mathématiques à leur enseignement, l'algorithme de la multiplication. *Grand N*, **92**, 15-23.

Lorsque l'on demande à 178 futurs professeurs des écoles de représenter une multiplication à l'aide d'un dessin :

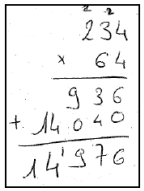
12 dessins (7%) font allusion à la reproduction en biologie.

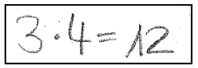


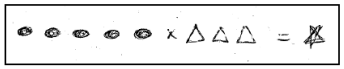
Clivaz, S., & Deruaz, M. (2013). Des mathématiques à leur enseignement, l'algorithme de la multiplication. *Grand N*, **92**, 15-23.

Lorsque l'on demande à 178 futurs professeurs des écoles de représenter une multiplication à l'aide d'un dessin :

51 dessins (29,7%) représentent l'écriture d'une multiplication ou l'algorithme de la multiplication en écrivant soit des nombres soit des pictogrammes. Certains étudiants ont effectué des dessins similaires pour les autres opérations. Par contre, ceux qui l'ont fait uniquement pour la multiplication n'ont probablement pas trouvé de véritables représentations de la multiplication.



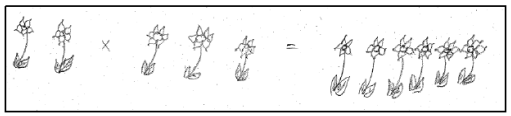




Clivaz, S., & Deruaz, M. (2013). Des mathématiques à leur enseignement, l'algorithme de la multiplication. *Grand N*, **92**, 15-23.

Lorsque l'on demande à 178 futurs professeurs des écoles de représenter une multiplication à l'aide d'un dessin :

42 dessins (24,4%) représentent une multiplication à l'aide d'un symbole de multiplication et de celui de l'égalité avec un seul type d'objets. Par exemple des moutons multipliés par des moutons qui donnent des moutons ou des fleurs multipliées par des fleurs qui donnent des fleurs.



Clivaz, S., & Deruaz, M. (2013). Des mathématiques à leur enseignement, l'algorithme de la multiplication. *Grand N*, **92**, 15-23.

La multiplication

De l'addition itérée à l'aire de la surface d'un rectangle en passant par le produit cartésien

L'addition itérée

3 x 5 = 15



L'addition itérée

3 x 5 = 15



L'addition itérée

3 x 5 = 15



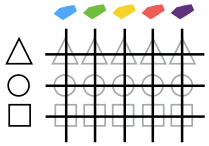
Le produit cartésien

3 x 5 = 15



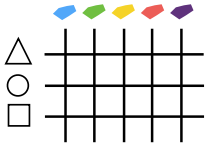
La multiplication et ses représentations

Le produit cartésien **3 x 5 = 15**



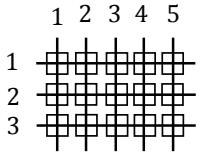
La multiplication et ses représentations

Le produit cartésien **3 x 5 = 15**



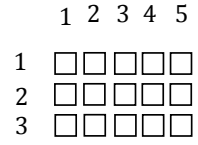
La multiplication et ses représentations

Le produit cartésien **3 x 5 = 15**

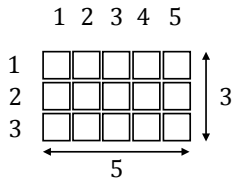


La multiplication et ses représentations

Le produit cartésien **3 x 5 = 15**

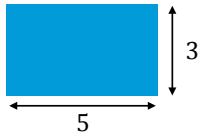


Le produit cartésien **3 x 5 = 15**



La multiplication quadrillage

L'aire de la surface d'un rectangle **3 x 5 = 15**

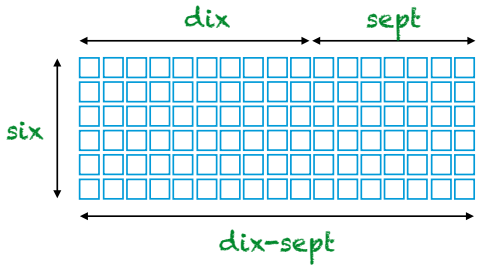


hep/ haute école pédagogique vaud

Le calcul réfléchi

La décomposition additive

A l'aide du produit cartésien **17 x 6 = 102**

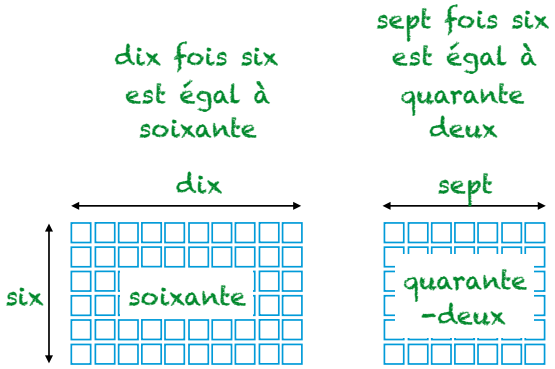


17 x 6 = (10 + 7) x 6

La décomposition additive

A l'aide du produit cartésien **17 x 6 = 102**

Dans le système décimal, multiplier par 10, revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la gauche !



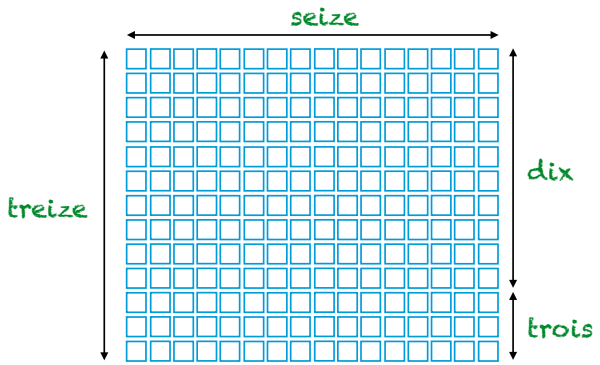
17 x 6 = (10 + 7) x 6 = (10 x 6) + (7 x 6)

Distributivité

= 60 + 42 = 102

La décomposition additive

A l'aide du produit cartésien **16 x 13 = 208**

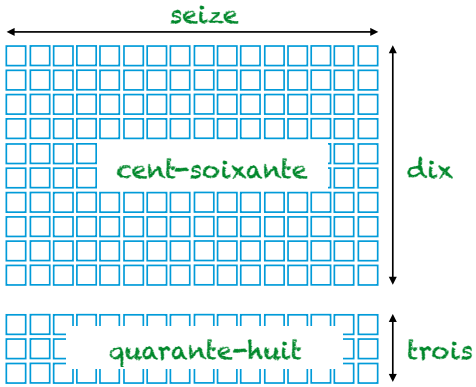


16 x 13 = 16 x (10 + 3)

La décomposition additive

A l'aide du produit cartésien **16 x 13 = 208**

```
  1 6
x 1 3
-----
  4 8
1
+1 6 0
-------
2 0 8
```

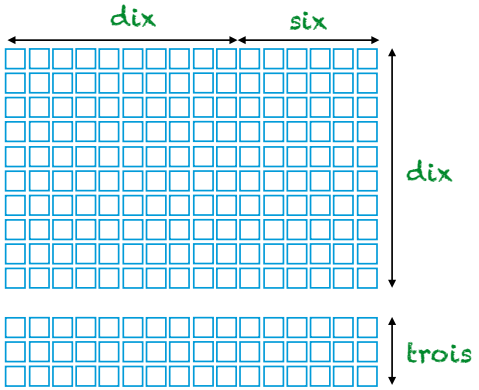


16 x 13 = 16 x (10 + 3) = (16 x 10) + (16 x 3) = 160 + 48 = 208

Distributivité

La décomposition additive

A l'aide du produit cartésien **16 x 13 = 208**

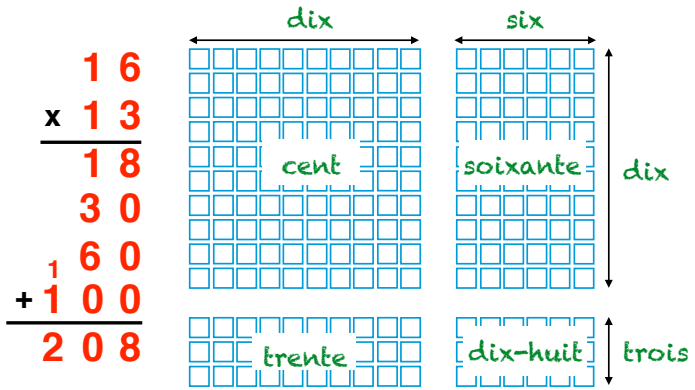


16 x 13 = 16 x (10 + 3) = (16 x 10) + (16 x 3)

La décomposition additive

A l'aide du produit cartésien

16 x 13 = 208



$$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 13 \\ \hline 18 \\ 30 \\ 60 \\ {}^{1}100 \\ \hline 208 \end{array}$$

16 x 13 = 16 x (10 + 3) = 16 x 10 + 16 x 3 =

(10 + 6) x 10 + (10 + 6) x 3 = 10 x 10 + 6 x 10 + 10 x 3 + 6 x 3

Vers la multiplication posée

234 x 3 = (200 + 30 + 4) x 3

= (4 + 30 + 200) x 3

= 4 x 3 + 30 x 3 + 200 x 3

= 12 + 90 + 600

234 x 3 = 702

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times\ 3 \\ \hline 12 \\ 90 \\ +600 \\ \hline 702 \end{array}$$

	C	D	U	
	2	3	4	
x			3	
		1	2	trois fois quatre égale douze
		9		trois fois trois égale neuf
+	6			trois fois deux égale six
	7	0	2	

hep/ haute école pédagogique vaud

Le système décimal

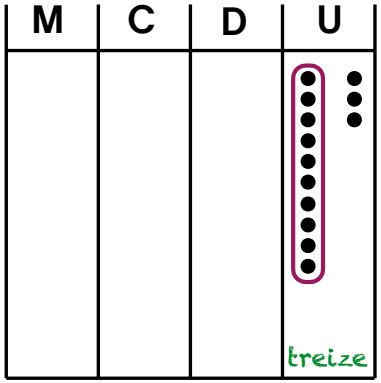
Des intermédiaires

Tableaux de nombres et abaques

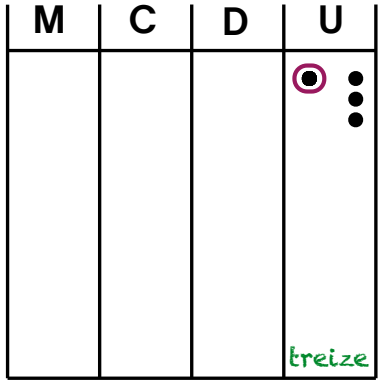
Le système décimal

M	C	D	U

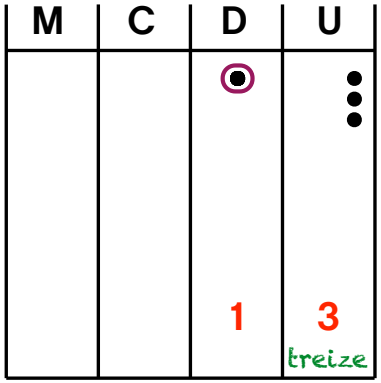
Groupements par dix



Groupements par dix

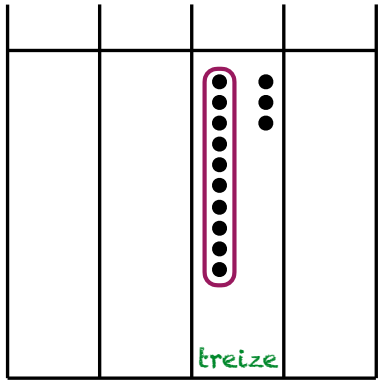


Groupements par dix

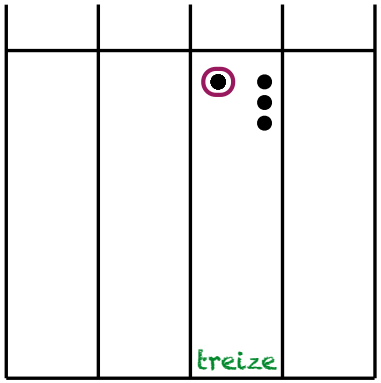


En se déplaçant d'une colonne vers la gauche on a échangé dix unités en une dizaine

Groupements par dix

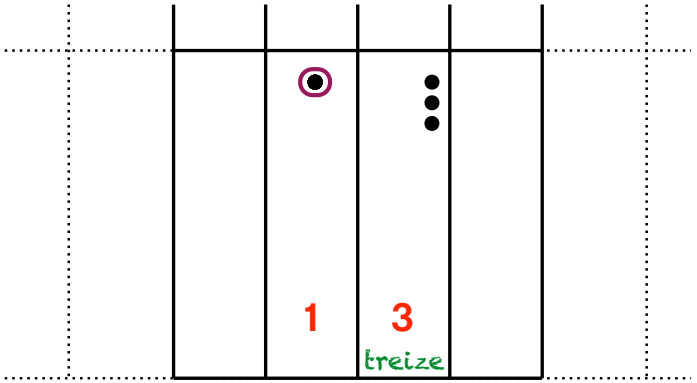


Groupements par dix



En se déplaçant d'une colonne vers la gauche on a échangé dix groupements en un groupement d'ordre supérieur

Groupements par dix



En se déplaçant d'une colonne vers la gauche on a échangé dix groupements en un groupement d'ordre supérieur

hep/ haute école pédagogique vaud

La multiplication par 10 et ses puissances

32 x 10 = 320

32

M	C	D	U
		3	2

32 x 10

M	C	D	U
		●●●	●●

La multiplication par 10 et ses puissances

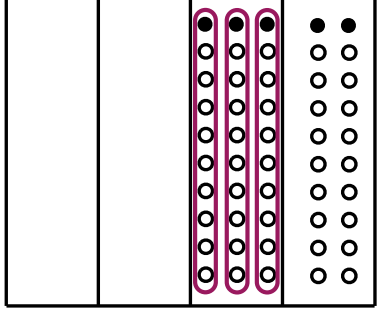
32 x 10 = 320

32

M	C	D	U
		3	2

32 x 10

M	C	D	U



La multiplication par 10 et ses puissances

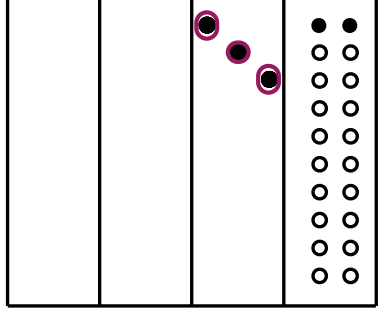
32 x 10 = 320

32

M	C	D	U
		3	2

32 x 10

M	C	D	U



La multiplication par 10 et ses puissances

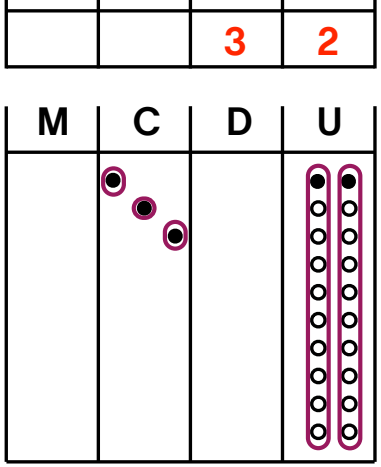
32 x 10 = 320

32

M	C	D	U
		3	2

32 x 10

M	C	D	U



La multiplication par 10 et ses puissances

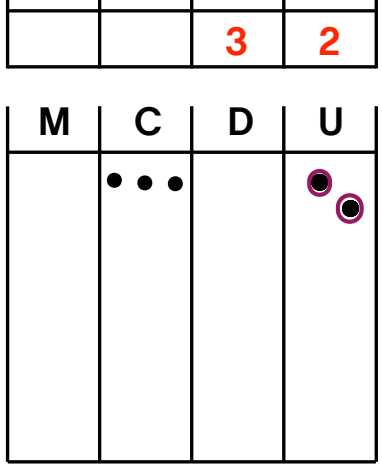
32 x 10 = 320

32

M	C	D	U
		3	2

32 x 10

M	C	D	U



La multiplication par 10 et ses puissances

32 x 10 = 320

32

M	C	D	U
		3	2

32 x 10

M	C	D	U
	● ● ●	●	

M	C	D	U
	3	2	

Dans le système décimal, multiplier par 10, revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la gauche !

La multiplication par 10 et ses puissances

32 x 10 = 320

32

M	C	D	U
		3	2

32 x 10

M	C	D	U
	● ● ●	●	

320

M	C	D	U
	3	2	0

Dans le système décimal, multiplier par 10 un entier, revient à ajouter un zéro à droite du nombre !

La multiplication par 10 et ses puissances

M	C	D	U
		3	2

×10 ←

M	C	D	U
	3	2	

×10 ←

M	C	D	U
3	2		

Dans le système décimal, multiplier par 10, revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la gauche !

La multiplication par 10 et ses puissances

M	C	D	U
		3	2

×10 ←

×10 ×10 = ×100 ←

×10 ←

M	C	D	U
3	2		

Dans le système décimal, multiplier par 100, revient à déplacer les chiffres de deux colonnes vers la gauche !

La multiplication par 10 et ses puissances

M	C	D	U
		3	2

x100

M	C	D	U
3	2		

x10

	M	C	D	U
3	2			

Si nécessaire on ajoute des colonnes à gauche

La multiplication par 10 et ses puissances

M	C	D	U
		3	2

x100

M	C	D	U
3	2		

x10

DM	M	C	D	U
3	2			

Si nécessaire on ajoute des colonnes à gauche

La multiplication par 10 et ses puissances

M	C	D	U
		3	2

x100

x100x10 = x1000

x10

DM	M	C	D	U
3	2			

Dans le système décimal, multiplier par 1000, revient à déplacer les chiffres de trois colonnes vers la gauche !

La multiplication par 10 et ses puissances

M	C	D	U
	3	2	

:10 (x0,1)

M	C	D	U
		3	2

Dans le système décimal, diviser par 10 ou multiplier par 0,1 revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la droite !

La multiplication par 10 et ses puissances

M	C	D	U
	3	2	

:10 → (x0,1)

M	C	D	U
		3	2

:10 → (x0,1)

M	C	D	U	
			3	2

Si nécessaire on ajoute des colonnes à droite

La multiplication par 10 et ses puissances

M	C	D	U
	3	2	

:10 → (x0,1)

M	C	D	U
		3	2

:10 → (x0,1)

M	C	D	U	
			3	2

Si nécessaire on ajoute des colonnes à droite

La multiplication par 10 et ses puissances

M	C	D	U
	3	2	

:10 → (x0,1)

M	C	D	U
		3	2

:10 → (x0,1)

M	C	D	U				
			3	2			

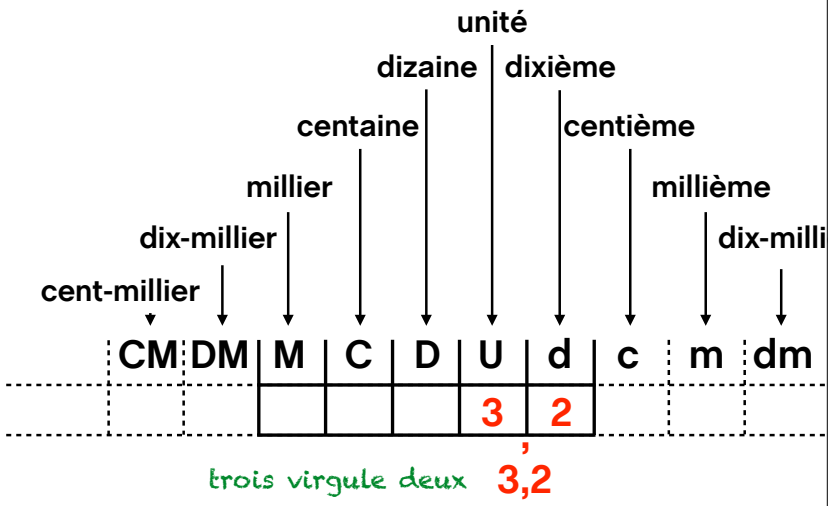
Si nécessaire on ajoute des colonnes à droite
Si nécessaire on ajoute des colonnes à gauche

La multiplication par 10 et ses puissances

	CM	DM	M	C	D	U	d	c	m
						3	2		

Si nécessaire on ajoute des colonnes à droite
Si nécessaire on ajoute des colonnes à gauche

La multiplication par 10 et ses puissances

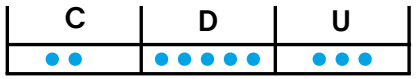


hep/ haute école pédagogique vaud

La multiplication posée sur l'abaque

La multiplication posée sur l'abaque

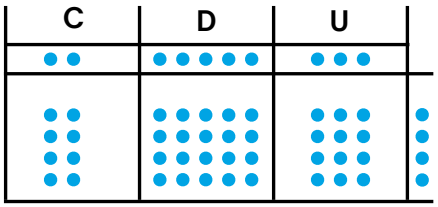
253 x 4 = 1012



253

La multiplication posée sur l'abaque

253 x 4 = 1012

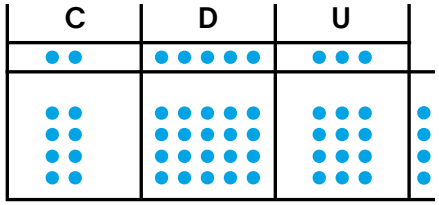


253

253 x 4

La multiplication posée sur l'abaque

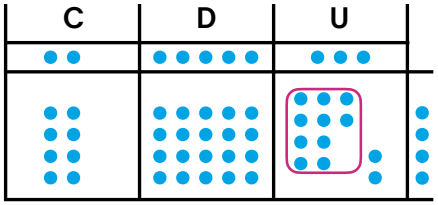
253 x 4 = 1012



$$\begin{array}{r} 253 \\ \times \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

La multiplication posée sur l'abaque

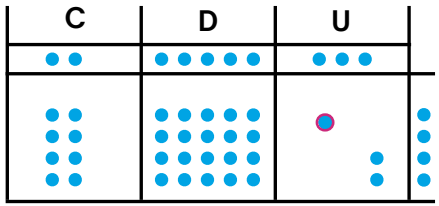
253 x 4 = 1012



$$\begin{array}{r} 253 \\ \times \quad 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

La multiplication posée sur l'abaque

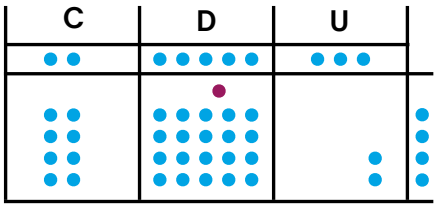
253 x 4 = 1012



$$\begin{array}{r} 253 \\ \times \quad 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

La multiplication posée sur l'abaque

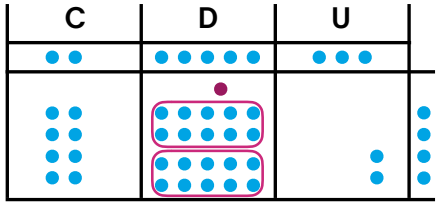
253 x 4 = 1012



$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 253 \\ \times \quad 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

La multiplication posée sur l'abaque

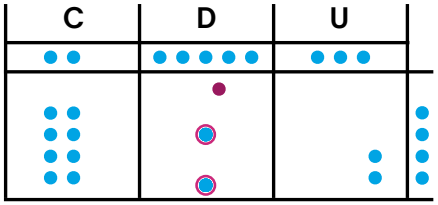
253 x 4 = 1012



$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 253 \\ \times \quad 4 \\ \hline 212 \end{array}$$

La multiplication posée sur l'abaque

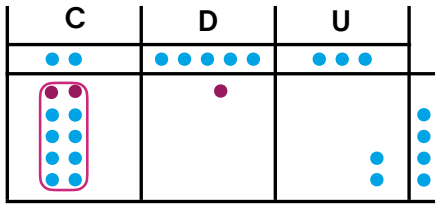
253 x 4 = 1012



$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 253 \\ \times \quad 4 \\ \hline 212 \end{array}$$

La multiplication posée sur l'abaque

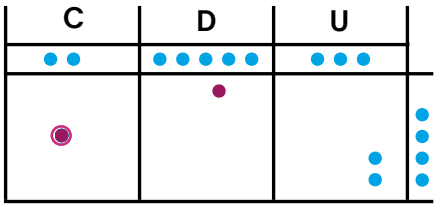
253 x 4 = 1012



$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\,1} \\ 253 \\ \times \quad 4 \\ \hline 1012 \end{array}$$

La multiplication posée sur l'abaque

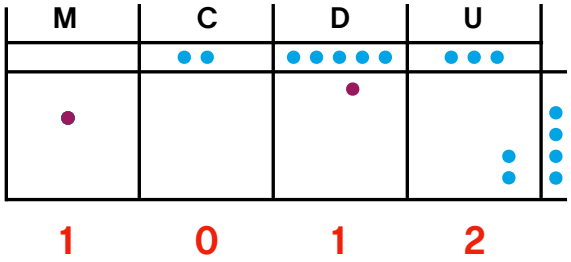
253 x 4 = 1012



$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\,1} \\ 253 \\ \times \quad 4 \\ \hline 1012 \end{array}$$

La multiplication posée sur l'abaque

253 x 4 = 1012

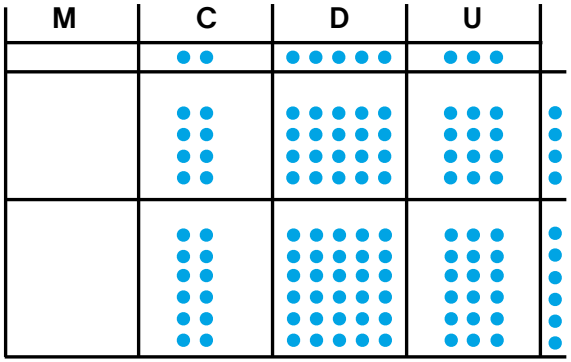


21
253
x 4
1012

Si nécessaire on ajoute des colonnes à gauche

La multiplication posée sur l'abaque

253 x 64 = 16192

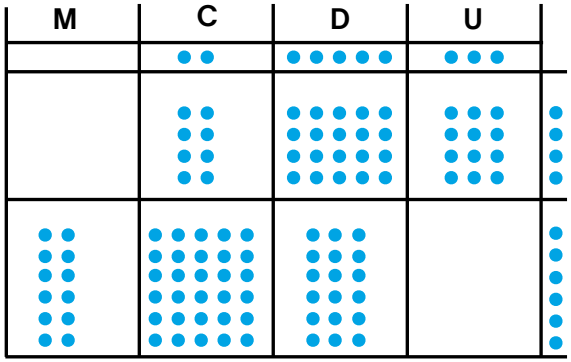


253
x 64

Dans le système décimal, multiplier par 10, revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la gauche !

La multiplication posée sur l'abaque

253 x 64 = 16192

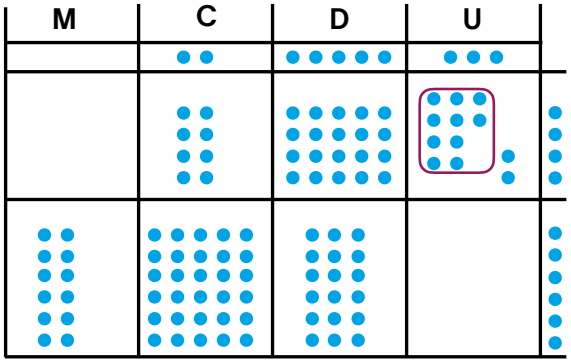


253
x 64

Dans le système décimal, multiplier par 10, revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la gauche !

La multiplication posée sur l'abaque

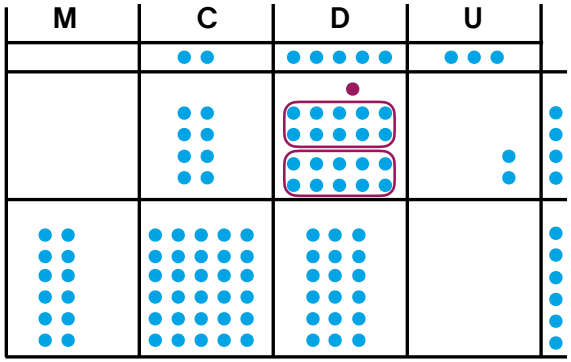
253 x 64 = 16192



253
x 64

La multiplication posée sur l'abaque

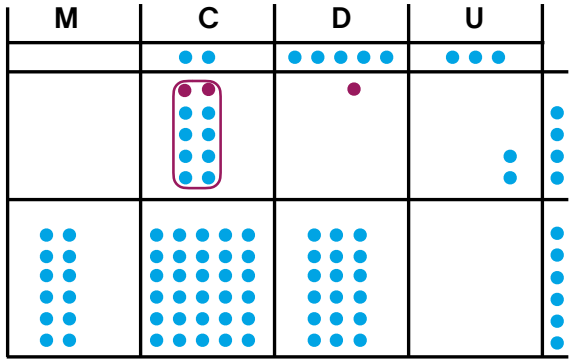
253 x 64 = 16192



253
x 64

La multiplication posée sur l'abaque

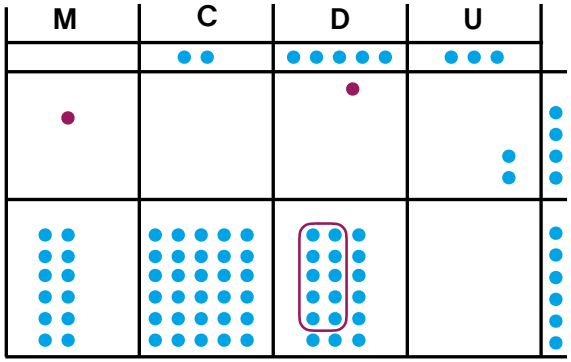
253 x 64 = 16192



253
x 64

La multiplication posée sur l'abaque

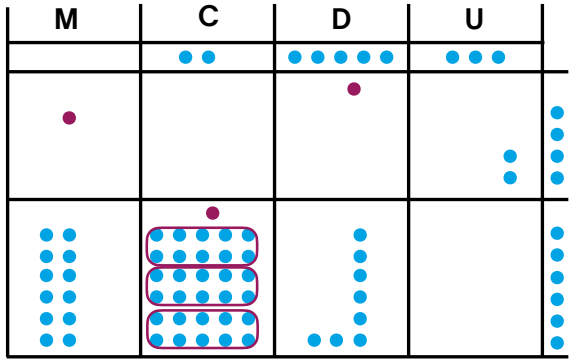
253 x 64 = 16192



253
x 64
1012

La multiplication posée sur l'abaque

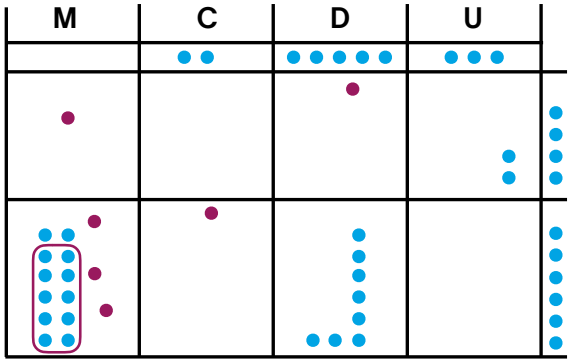
253 x 64 = 16192



253
x 64
1012

La multiplication posée sur l'abaque

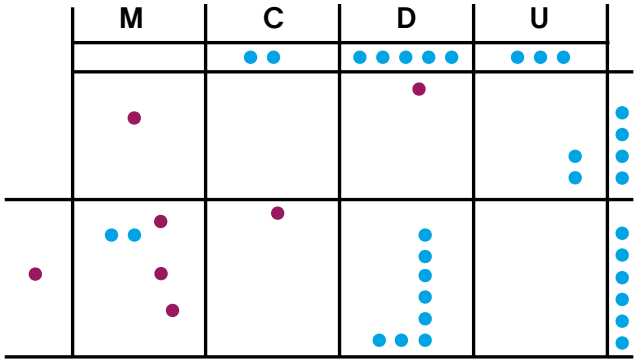
253 x 64 = 16192



253
x 64
1012

La multiplication posée sur l'abaque

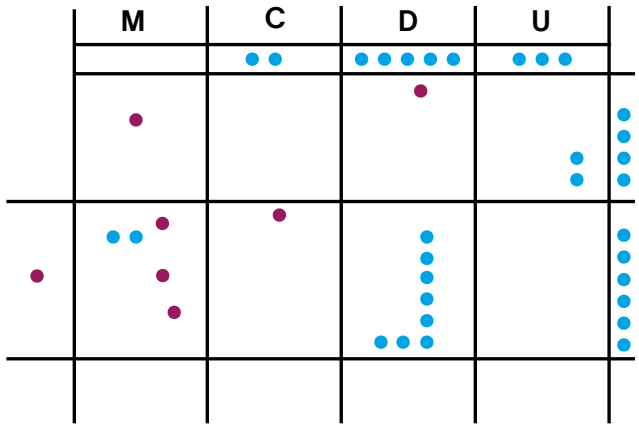
253 x 64 = 16192



253
x 64
1012
1518

La multiplication posée sur l'abaque

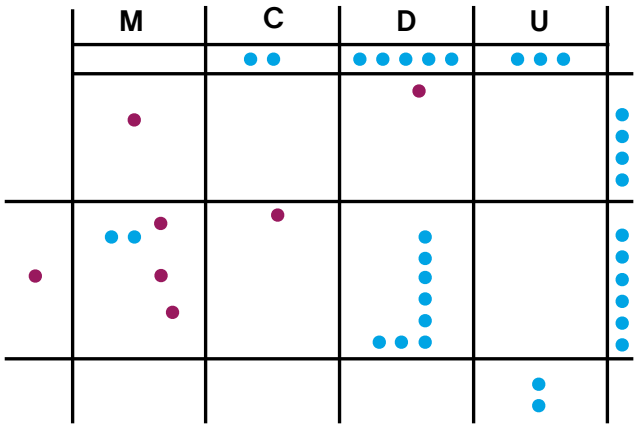
253 x 64 = 16192



253
x 64
1012
+1518

La multiplication posée sur l'abaque

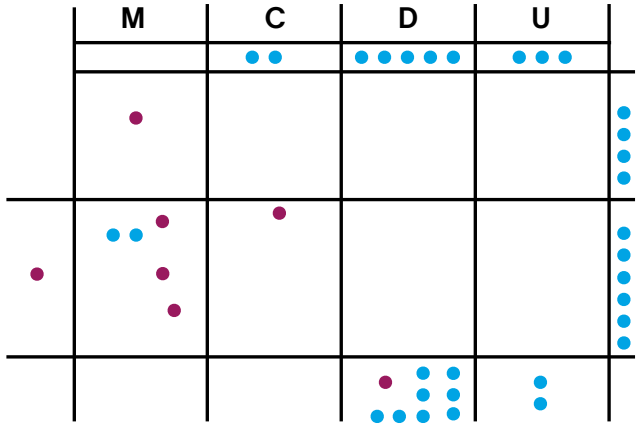
253 x 64 = 16192



253
x 64
1012
+1518
2

La multiplication posée sur l'abaque

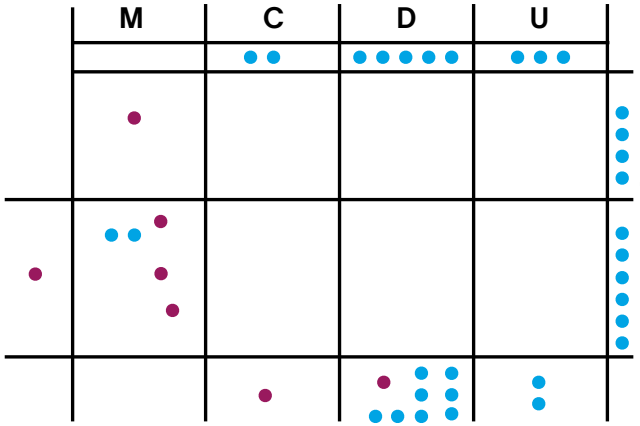
253 x 64 = 16192



253
x 64
1012
+1518
92

La multiplication posée sur l'abaque

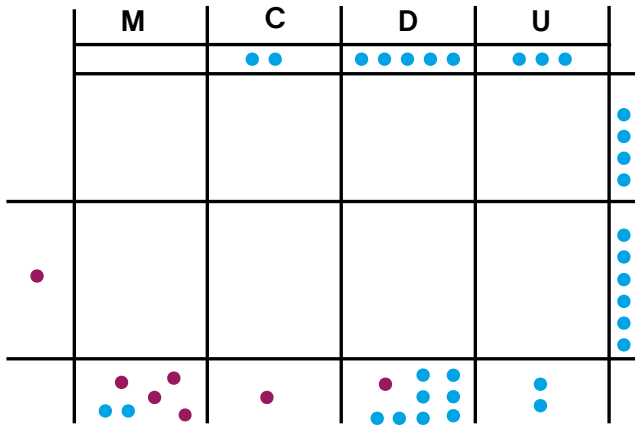
253 x 64 = 16192



253
x 64
1012
+1518
192

La multiplication posée sur l'abaque

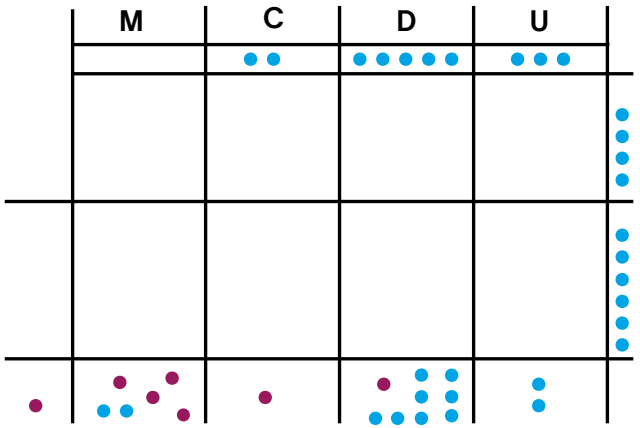
253 x 64 = 16192



253
x 64
1012
+1518
6192

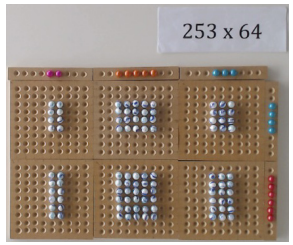
La multiplication posée sur l'abaque

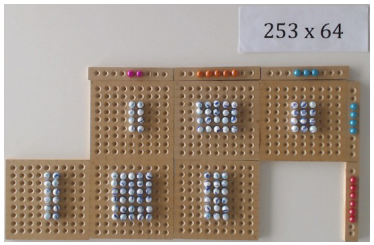
253 x 64 = 16192

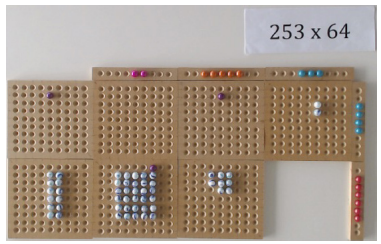


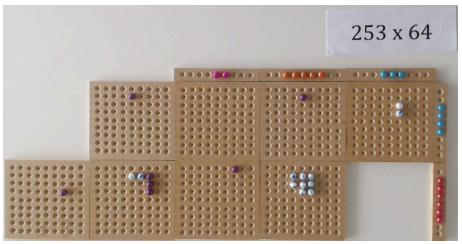
253
x 64
1012
+1518
16192

La multiplication posée sur l'abaque



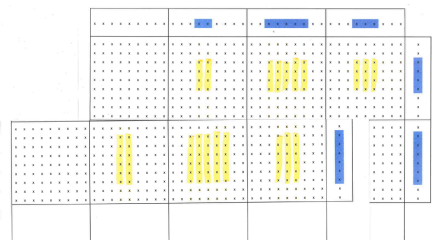


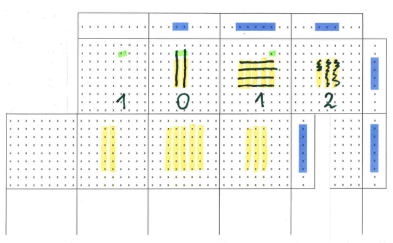


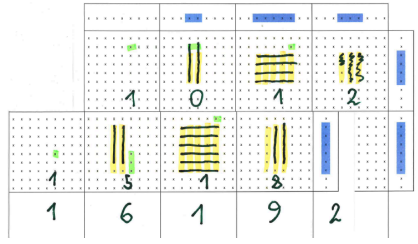


La multiplication posée sur l'abaque





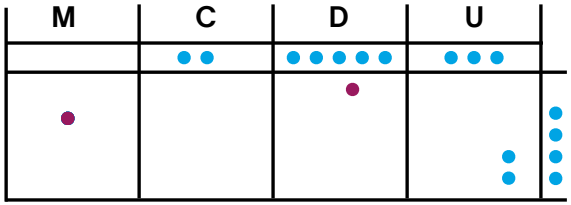




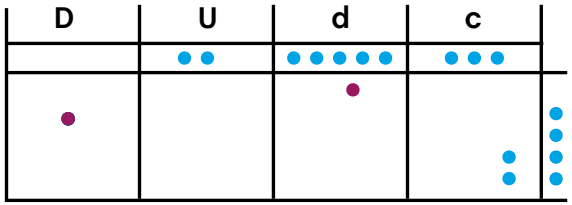
hep haute école pédagogique vaud

La multiplication des nombres décimaux

La multiplication posée sur l'abaque



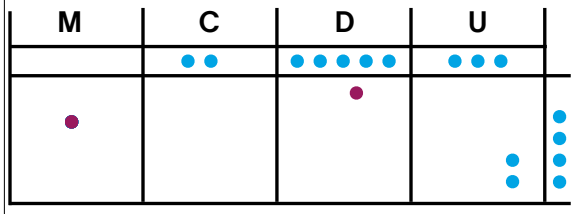
$$\begin{array}{r} 253 \\ \times\ 4 \\ \hline 1012 \end{array}$$



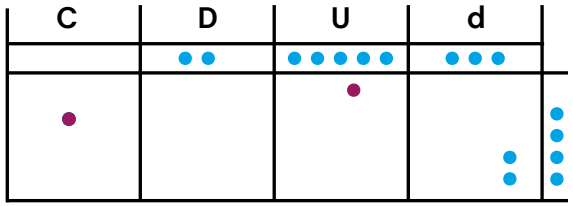
$$\begin{array}{r} 2{,}53 \\ \times\ 4 \\ \hline 10{,}12 \end{array}$$

$2{,}53 \times 4 = (2 + 0{,}5 + 0{,}03) \times 4$

La multiplication posée sur l'abaque



253
x 4
1012



253
x 0,4
101,2

Diviser par 10 ou multiplier par 0,1 revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la droite !

La multiplication posée par écrit

253
x 64
1012
+1518
16192

253
x 4,6
1012
+ 151,8
1163,8

2,53
x 4,6
10,12
+ 1,51 8
11,63 8

Diviser par 10 ou multiplier par 0,1 revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la droite !

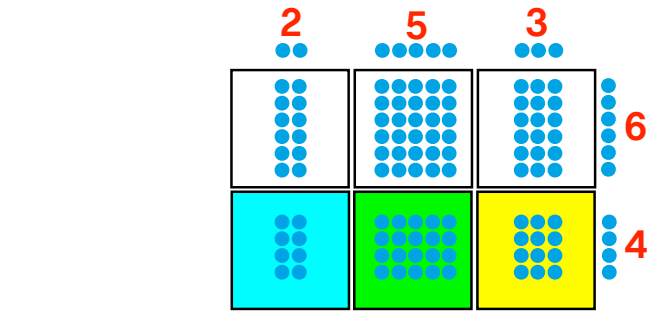
hep haute école pédagogique vaud

La multiplication posée
Per gelosia

La multiplication *Per gelosia* sur l'abaque

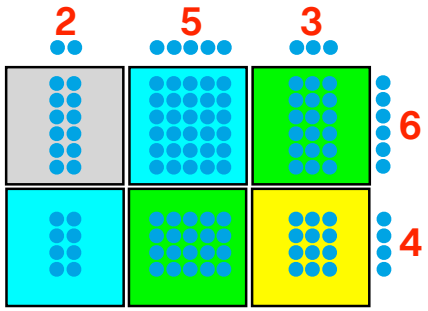
Per gelosia

253 x 64 = 16192



La multiplication *Per gelosia* sur l'abaque

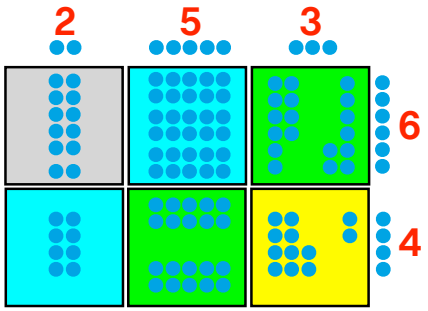
Per gelosia 253 x 64 = 16192



M C D U

La multiplication *Per gelosia* sur l'abaque

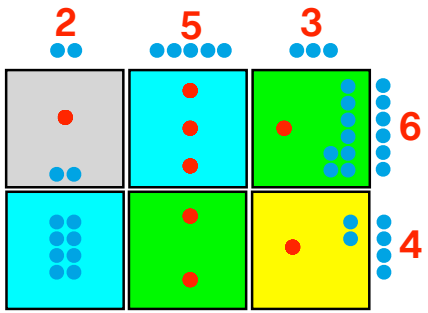
Per gelosia 253 x 64 = 16192



M C D U

La multiplication *Per gelosia* sur l'abaque

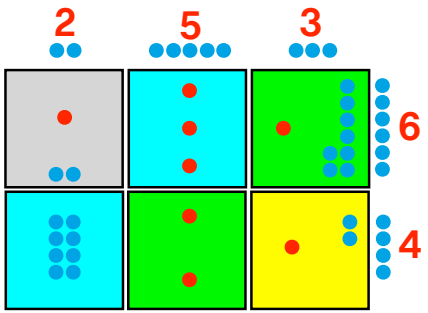
Per gelosia 253 x 64 = 16192



M C D U

La multiplication *Per gelosia* sur l'abaque

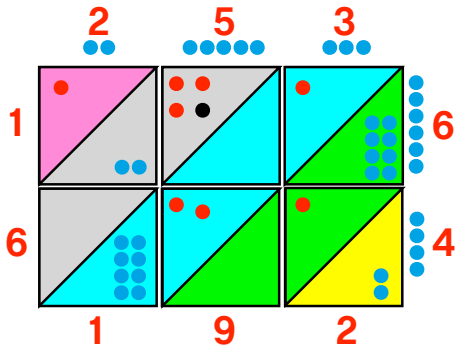
Per gelosia 253 x 64 = 16192



M C D U

La multiplication *Per gelosia* sur l'abaque

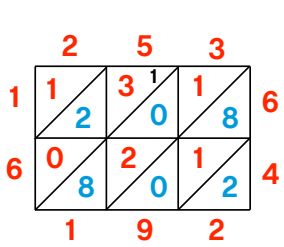
Per gelosia 253 x 64 = 16192

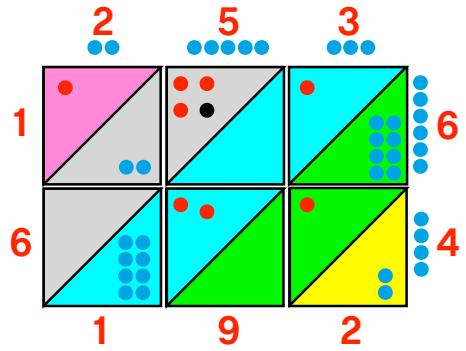


DM M C D U

La multiplication *Per gelosia* sur un tableau de nombres

Per gelosia 253 x 64 = 16192





DM M C D U

hep haute école pédagogique vaud

Les multiples facettes d'une multiplication posée par écrit ou pas

Merci de votre attention