Éducation et didactique

8-2 | 2014
Varia

Enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes numériques à l'école élémentaire : un cadre didactique basé sur une approche systémique

Teaching-learning of numerical problem solving at elementary school: a didactic framework based on a systemic approach

Maryvonne Priolet

Édition électronique
URL : http://journals.openedition.org/educationdidactique/1948
DOI : 10.4000/educationdidactique.1948
ISSN : 2111-4838

Éditeur
Presses universitaires de Rennes

Édition imprimée
Date de publication : 12 décembre 2014
Pagination : 59-86
ISBN : 978-2-7535-39-66-2
ISSN : 1956-3485

ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES NUMÉRIQUES À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE : UN CADRE DIDACTIQUE BASÉ SUR UNE APPROCHE SYSTÉMIQUE

Maryvonne Priolet
Université Reims Champagne Ardenne, Laboratoire CEREP EA 4692

Basée sur un cadre théorique intégratif, l'étude présentée dans cet article s'inscrit dans une recherche sur l'enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes numériques. Elle a concerné dix classes ordinaires de troisième année d'école élémentaire : huit classes en France et deux classes en République Tchèque. Les enseignants du groupe-expérimental ont mis en œuvre un cadre didactique basé sur les principes de Recherche, de mise en Réseau, de Conversion et de Catégorisation (R^2C^2) et ce, sous les conditions de coexistence, de régularité et de dévolution à l'élève. Le présent article rend compte des effets de ce dispositif d'aide conçu selon une approche systémique.

Mots-clés : Résolution de problèmes mathématiques, approche systémique, représentations sémiotiques, catégorisation, dévolution.

Teaching-learning of numerical problem solving at elementary school : a didactic framework based on a systemic approach

Based on a theoretical framework, the study presented here is part of a research about the teaching-learning of numerical problem solving at elementary school. It dealt with eight classrooms in France and two classrooms in Czech Republic, corresponding to the third year of elementary school

The teachers in experimental classes have been concerned with setting up the implementation of Research principles, of Networking, of Conversion, of Categorization (R^2C^2) under the conditions of coexistence, regularity and devolution to the pupil. The present article reports effects of this help facility that has been conceived according to a systemic approach

Keywords: Mathematical problem-solving, systemic approach, semiotic representations, categorization, devolution.

INTRODUCTION

Considérer l'enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes comme objet de recherche ne constitue pas une nouveauté. C'est avec Polya (1945), mathématicien prônant une approche heuristique des mathématiques basée sur la résolution de problèmes, que s'engage véritablement un débat sur « Comment enseigner la résolution de problèmes ». Polya formalise des aides méthodologiques destinées à la fois aux enseignants et aux élèves pour successivement comprendre le problème, concevoir un plan, mettre le plan à exécution et examiner la solution obtenue. En effet, il considère qu'il existe des étapes dans le raisonnement et que la résolution de problèmes relève d'une habileté pratique qu'il convient de faire acquérir par l'imitation et l'usage. Ses travaux ont suscité des tentatives d'enseignement qui, comme le souligne Maury (2005, p. 336), n'ont toutefois « guère débouché sur des résultats convaincants ».

Ces questionnements concernant l'enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes mathématiques scolaires sont au centre de nos préoccupations.

Lors d'une précédente étude, prenant appui sur un questionnaire renseigné par 81 enseignants de CE2 issus de deux académies différentes, nous avions mis en évidence l'existence de déclarations d'un enseignement effectif de la résolution de problèmes à données numériques dans les classes (Priolet, 2000). Le Rapport de l'Inspection Générale sur l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire (2006) précisait que la majorité des enseignants (90 %) déclaraient réserver, dans leur emploi du temps, des plages horaires spécifiques à la résolution de problèmes, la fréquence de ces plages étant hebdomadaire pour 40 % d'entre eux, bihebdomadaire pour 36 % et quotidienne pour 24 % qui déclaraient que « tout est problème ». Paradoxalement et face à ces constats d'assiduité des enseignants, les performances réalisées aux diverses évaluations révèlent régulièrement des difficultés des élèves à résoudre des problèmes de mathématiques.

Notre questionnaire d'alors ne nous avait pas permis de conclure à une homogénéité des pratiques entre les différents enseignants. Par ailleurs, l'analyse des « brouillons » d'une cohorte de 105 élèves impliqués durant quatre années scolaires dans une étude longitudinale basée sur la passation d'une épreuve de résolution de problème en fin de CE1, de CE2, de CM1 et de CM2, était venue conforter cette variabilité des pratiques entre les classes (Priolet, 2008). Il convenait alors de procéder à des investigations complémentaires en vue d'inventorier puis de caractériser les pratiques d'enseignement de la résolution de problèmes, en vue de mieux les comprendre.

De là est né, en nous inspirant des travaux de Roditi (2001 ; 2005) en didactique des mathématiques et de Goigoux (2001) en didactique du français, un premier questionnement basé sur la recherche des régularités et des divergences des pratiques enseignantes. Ce premier questionnement a, pour nous, évolué très rapidement vers un second qui porte sur les relations qui peuvent exister entre ces pratiques et les dispositifs susceptibles d'aider les élèves à résoudre des problèmes mathématiques ; nous nous demandons ainsi à quelles conditions un enseignement de mathématiques basé sur l'opérationnalisation d'un cadre didactique particulier peut contribuer à favoriser l'enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes, en particulier de problèmes à données numériques. Nos interrogations portent notamment sur les conditions susceptibles d'anticiper les difficultés rencontrées par les élèves et nous centrons nos investigations plus spécifiquement autour des dimensions psychologique, didactique et organisationnelle, en étant consciente des limites que nous imposons à nos travaux au regard de la complexité des pratiques d'enseignement (Lenoir et Vanhulle, 2006 ; Lenoir, 2009).

Tandis que les recherches concernant la résolution de problèmes mathématiques se sont d'abord développées d'une manière distincte en didactique des mathématiques et en psychologie, on relève actuellement une tendance à lier plus étroitement les perspectives théoriques de ces deux champs (Maury, 2001). C'est parce que nous nous inscrivons dans ce type d'approche qui considère, pour la didactique, l'intérêt des travaux en psychologie que nous optons pour un cadre théorique que nous qualifions d'intégratif dès lors qu'il mobilise des travaux relevant de la didactique des mathématiques et des psychologies des apprentissages et du développement.

Notre article présente les résultats d'une étude sur les effets de la mise en place d'un dispositif d'aide à la résolution de problèmes numériques, facilement intégrable dans la pratique habituelle des enseignants de l'école élémentaire.

En France, huit classes de troisième année de l'école élémentaire ont été impliquées dans cette étude. Suite à l'opérationnalisation du cadre didactique que nous avons expérimenté dans quatre de ces classes et que nous avons désigné par l'acronyme R^2C^2, cet article vise à montrer l'impact du dispositif mis en œuvre, d'une part sur les performances des élèves, d'autre part sur les pratiques d'enseignement.

En premier lieu, nous précisons quelle finalité nous assignons à l'enseignement des mathématiques et quel sens nous donnons au concept de problème dans notre travail de recherche et ce, avant de caractériser les éléments théoriques de notre approche.

En deuxième lieu, après avoir exposé la problématique, nous définissons les quatre principes inhérents à la mise en œuvre de ce cadre didactique R^2C^2 ainsi que la méthodologie de notre étude.

Nous nous attachons ensuite à présenter l'impact de la mise en œuvre du dispositif construit à partir de notre cadre didactique R^2C^2 en considérant deux dimensions : celle des performances des élèves et celle des modifications des pratiques d'enseignement.

En dernier lieu, nous comparons les pratiques ordinaires d'enseignement-apprentissage observées dans deux classes de République Tchèque et celles des huit classes observées en France lors de notre étude.

CADRE THÉORIQUE

La question centrale de nos travaux visant à déterminer à quelles conditions un enseignement de mathématiques peut contribuer à favoriser l'apprentissage de la résolution de problèmes, en particulier de problèmes à énoncés verbaux et à données numériques, a orienté nos investigations vers différents cadres théoriques : didactique des mathématiques, psychologie cognitive et sémiotique. Au regard de notre questionnement, tous ces travaux présentaient un intérêt certain. Il nous a alors paru nécessaire de les intégrer dans un cadre théorique que nous pouvons dès lors qualifier d'intégratif.

En premier lieu, l'intérêt que nous portons à la question de l'enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes dans le domaine des mathématiques nous conduit à définir précisément ce que nous entendons par « problème » au sein de notre travail de recherche et, par là même, à nous positionner quant aux finalités que nous assignons à l'enseignement des mathématiques.

En second lieu, nous nous centrons davantage sur les travaux que nous avons retenus en lien avec les questions concernant l'enseignement et l'apprentissage de la résolution de problèmes.

Quelles finalités pour l'enseignement des mathématiques ?

Nous rejoignons Glaeser (1973) qui souligne l'importance, dans l'activité mathématique, de la confrontation à l'activité de recherche dans la résolution de problèmes, participant ainsi à développer l'aptitude à faire face à des situations nouvelles et à saisir des relations. Nous adoptons l'idée de cet auteur, mathématicien et chercheur, lorsqu'il soutient que « tout enseignement mathématique digne de ce nom doit initier l'élève à l'aventure du problème » (p. 20) : il s'agit de permettre à chaque élève de se forger un esprit critique, une imagination créative, une rigueur de pensée, et d'acquérir puis d'entretenir une autonomie et une curiosité intellectuelles. À l'instar de Brousseau (1988), nous considérons aussi que favoriser la genèse des concepts mathématiques chez l'enfant constitue une finalité essentielle de l'enseignement de la résolution de problèmes.

Qu'entendons-nous par problème ?

Nous distinguons la définition que nous attribuons au terme « problème » dans son sens général et celle que nous lui donnons dans le présent travail de recherche.

Le « problème » au sens général des mathématiques

Nous rejoignons Glaeser (1973) dans la différenciation qu'il opère entre problème et exercice, le problème impliquant tâtonnement et invention en vue de surmonter un obstacle, l'exercice se réduisant à l'exécution de tâches algorithmiques. Dans l'absolu, le concept de problème pourrait de notre point de vue être illustré par les conjectures de Hilbert dont certaines restent depuis 1900 à l'état de problème non résolu, y compris par les mathématiciens. Tout problème, qu'il soit destiné au mathématicien ou à l'élève de l'école primaire implique une activité de recherche, laquelle mêle l'exploration de différentes procédures et la manipulation d'objets et de concepts mathématiques. C'est cette activité de recherche plus que l'obtention du résultat, qui permet au novice comme à l'expert de construire et de développer sa culture mathématique et de participer ainsi à son développement personnel.

Le « problème » dans notre travail de recherche

Nous centrons notre réflexion sur les « problèmes scolaires à données numériques et à énoncés verbaux », nommant ainsi les problèmes que les élèves ont à résoudre dans le cadre de l'expérimentation que nous mettons en œuvre pour notre travail de recherche. Ce sont des « problèmes » dans le sens où nous leur attribuons la caractéristique essentielle d'obstacle à surmonter. Nous supposons que les élèves auxquels nous proposons ces problèmes ne disposent pas d'une solution prête à l'emploi pour les résoudre. Si tel était le cas, et nous admettons qu'il puisse se présenter pour certains élèves, ces problèmes revêtiraient alors pour ces élèves, et pour ces élèves seulement, le statut d'exercice, au sens employé par Glaeser.

Ce sont des « problèmes scolaires », autrement dit des problèmes que les élèves doivent résoudre en classe, principalement lors des séances de mathématiques. Ils sont très souvent, mais pas exclusivement, extraits de manuels scolaires. Nous nous démarquons là quelque peu des travaux de Glaeser dès lors que pour la présente recherche nous avons choisi de restreindre notre réflexion au cadre de l'école élémentaire, alors que pour Glaeser il importe d'accorder une large place aux objectifs éducatifs et de prendre en compte les apprentissages autour de l'école.

Ce sont des problèmes « à données numériques » : ils posent aux élèves une ou plusieurs questions qui impliquent un traitement numérique. Et enfin, nous les nommons problèmes « à énoncés verbaux » dans le sens de description verbale d'une situation dans laquelle une ou plusieurs questions sont posées (Verschaffel *et al.*, 2000). Ces problèmes constituent d'ailleurs une large part des problèmes proposés dans les manuels de mathématiques du cycle 3 de l'école primaire, même si on observe depuis déjà quelques années une plus grande diversité des types d'énoncés (Priolet, 2000).

L'enseignement et l'apprentissage de la résolution de problèmes

La « Théorie des Situations Didactiques » de Brousseau (1997) nous fournit un cadre théorique général pour traiter de la mise en place des situations d'enseignement à l'école. C'est ainsi que nous considérons, à travers un ensemble de situations, que l'environnement scolaire constitue le lieu privilégié de la construction des apprentissages mathématiques et de la résolution de problèmes.

C'est avec la double perspective de « praxis » et de « logos » inhérentes à la didactique des mathématiques que nous nous interrogeons sur l'enseignement et l'apprentissage de la résolution de problèmes mathématiques, les deux processus étant intimement liés si l'on considère comme Rouchier (1991) que l'enseignement est d'abord une interaction des connaissances d'un enseignant avec celles d'un ou plusieurs élèves. La « Théorie de l'action didactique conjointe du professeur et des élèves » (Sensevy, Mercier, 2007 ; Sensevy, 2011) nous servira également de cadre pour nous centrer prioritairement sur l'action du professeur.

Les concepts de contrat didactique et de dévolution seront considérés à travers les travaux de Brousseau et de Sensevy tandis que nous ferons appel à deux psychologues, Vergnaud et Duval, pour traiter respectivement des champs conceptuels et des représentations sémiotiques.

Les concepts de contrat didactique et de dévolution

À travers l'analyse du cas de Gaël, élève de huit ans et demi, redoublant son CE1 et auquel un intervenant demande de résoudre successivement des problèmes dans le cadre de huit interventions didactiques cliniques, Brousseau (1986) explicite le concept de contrat didactique. Lors de la reprise d'un problème qu'il n'était pas parvenu à résoudre en classe la semaine précédente, Gaël, après avoir réfléchi, répond à l'intervenant : « Je vais faire comme j'ai appris avec la maîtresse » (p. 217). Il pose alors en colonne une addition, considérant que seul le résultat d'une opération peut fournir la réponse au problème posé. Pourtant, Gaël dit ne pas pouvoir répondre ainsi à la question de l'énoncé. Tout le travail de l'intervenant consiste alors à amener Gaël à rompre avec ses certitudes dans la « parole » de son enseignante et à lui faire accepter de s'engager, lui, élève Gaël, dans la résolution du problème qui lui était donné. Il s'agit, pour l'enseignant, « non seulement de présenter à l'élève le jeu auquel le maître veut qu'il s'adonne (consignes, règles, but, état final…) mais aussi de faire en sorte que l'élève se sente responsable, au sens de la connaissance et non pas de la culpabilité, du résultat qu'il doit rechercher ». C'est ce moyen didactique que Brousseau (1988, p. 89) nomme dévolution. En d'autres termes, il revient à l'enseignant de ne pas dévoiler les informations qu'il détient pourtant et qui conduiraient l'élève à ne pas se sentir responsable de son apprentissage. Sensevy et Mercier (2007) prennent l'exemple de la dictée classique pour illustrer cette nécessaire réticence dont l'enseignant doit faire preuve afin que l'élève surmonte les obstacles qui lui sont posés dans cette situation.

Obstacle et apprentissage

À l'instar de Brousseau (1983), nous reprenons la notion d'obstacle épistémologique développée par Bachelard (1938) pour insister sur la nécessité de considérer, dans l'analyse des processus d'apprentissage en mathématiques, les rôles essentiels joués par les conceptions erronées. Reflétant les obstacles rencontrés par les élèves lors de l'apprentissage, les erreurs peuvent naître de l'usage de connaissances antérieures qui se révèlent fausses ou inadaptées pour résoudre le problème posé. Par conséquent, l'apprentissage ne s'effectue pas de manière linéaire, mais au contraire par des successions de mises à l'essai de réponses, avant de s'ériger au rang d'automatisme et de devenir vulnérable à son tour lors de la confrontation à un nouveau problème.

Les résultats des travaux de Novotná (1997) confirment l'intérêt du recours aux « expériences précédentes » pour transformer les connaissances, jusque-là isolées, en « connaissances stratégiques » qui permettront de résoudre un problème nouveau de la même famille.

En plus des obstacles d'origine épistémologique, Brousseau distingue des obstacles d'origine ontogénique qui correspondent aux limites posées par le développement même du sujet et des obstacles d'origine didactique qui sont liés aux choix ou aux projets fixés par le système éducatif.

Rôle déterminant de l'enseignant

Se fondant sur le rôle fondamental assigné au milieu pour les apprentissages, Brousseau (1990) définit le rôle de l'enseignant en situation scolaire en tant qu'organisateur de ce « milieu, par exemple un problème qui révèle plus ou moins clairement son intention d'enseigner un certain savoir à l'élève mais qui dissimule suffisamment ce savoir et la réponse attendue pour que l'élève ne puisse les obtenir que par une adaptation personnelle au problème proposé » (p. 325). Nous prendrons pour exemple la situation adidactique du puzzle (Brousseau N. et G., 1987). Dans cette situation qui consiste à agrandir un puzzle, on constate que les élèves ajoutent souvent un même nombre à chaque dimension des pièces du puzzle au lieu d'utiliser la proportionnalité. C'est ce milieu, « puissamment rétroactif » et « antagoniste au contexte cognitif » des élèves (Sensevy, Mercier, 2007) qui va, dans l'exemple cité, permettre aux élèves de constater l'inadaptation des procédures utilisées.

Cet exemple du puzzle montre l'importance du rôle de l'enseignant à qui il revient d'aménager le milieu de manière à le rendre rétroactif et antagoniste, de mettre en place des situations dans lesquelles les informations destinées à être enseignées ne seront pas communiquées, afin de favoriser la dévolution des apprentissages à l'élève.

Mais la vigilance s'impose car il s'agit aussi pour l'enseignant de veiller à confronter effectivement ses élèves à une activité mathématique. Coppé et Houdement (2002) rejoignant les travaux de Balmes et Coppé (1999) déplorent le fait que dans certains manuels la résolution des problèmes proposés ne soit pas considérée comme première ; par exemple, il est parfois demandé aux élèves de s'interroger sur ce que sont des problèmes, sur ce qu'ils ne sont pas, ou d'effectuer une recherche de données utiles ou inutiles à la résolution… et ce, sans qu'il y ait d'invitation à résoudre le problème.

Il ne s'agit pas là du seul point de vigilance. Selon Vergnaud (1981), s'interroger sur les choix à effectuer pour découper à bon escient les contenus de connaissances mathématiques constitue aussi une étape absolument incontournable.

La théorie des champs conceptuels

Vergnaud (1990) nomme champ conceptuel un large ensemble de situations, de concepts et de représentations symboliques. Il considère qu'il n'est pas raisonnable d'étudier séparément l'acquisition des concepts qui, dans les situations rencontrées et traitées par les élèves, sont difficilement dissociables. Pour illustrer ce point de vue, il prend pour exemple l'aberration que pourrait présenter la juxtaposition d'études sur l'acquisition des concepts de multiplication, de division, de fraction, de rapport de nombre rationnel, de fonction linéaire alors que les relations inhérentes à l'ensemble de ces concepts relèvent d'un même champ conceptuel, celui des structures multiplicatives.

Vergnaud (1990) illustre la notion de champ conceptuel par un second exemple : celui des structures additives. La classification qu'il effectue en termes de types de problèmes à l'intérieur de chaque champ résulte en partie du constat que la même opération numérique peut permettre de résoudre des problèmes de difficultés très différentes. Vergnaud prolonge la réflexion sur l'enseignement en instrumentalisant sa théorie. Ainsi, afin de favoriser la compréhension des relations en jeu et le processus de conceptualisation, il propose que les élèves en difficulté dans la résolution de problèmes utilisent des diagrammes, ces derniers pouvant être considérés comme des représentations isomorphes aux différentes structures de problèmes. Dès 1981, il introduit les types de diagrammes suivants (figure 1), auxquels il attribue toutefois un statut transitoire : « en tant que support pour les problèmes, ces diagrammes sont faits pour être oubliés au fur et à mesure de la maîtrise de ces problèmes » (Vergnaud *et al.*, 1997, p. 34).

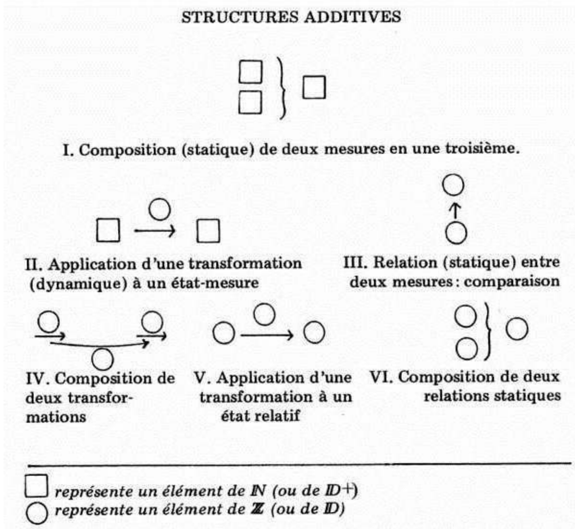


Figure 1 – Tableau des structures additives (Vergnaud, 1981)

Julo (2002) manifeste d'ailleurs un point de vue contrasté quant à ces diagrammes. Reconnaissant l'aide qu'ils apportent à la catégorisation, il voit toutefois un risque dans leur usage dans des situations d'apprentissage : celui d'associer un schéma mental de problème à une forme symbolique spécifique prédéfinie. Julo regrette ainsi le fait de privilégier l'explicitation de la structure des problèmes, alors que la diversité des formes d'organisation en mémoire est sans doute un atout majeur pour améliorer la maîtrise d'un ensemble donné de problèmes. Il préconise plutôt de « définir très précisément » (p. 41) la base de problèmes dans laquelle l'élève ferait des rapprochements et des différenciations, souvent implicites mais qui le conduiraient à une catégorisation sans exiger un passage par une explicitation de la structure des problèmes. Nguala (2005, 2009), s'appuyant sur les conclusions de Julo concernant le collège, montre l'intérêt de la multiprésentation à l'école primaire, en tant que dispositif d'aide à la résolution de problèmes permettant à l'élève « de reconnaître que tel problème relève de tel schéma déjà rencontré et de s'engager rapidement dans une procédure de résolution. » (Nguala, 2005, p. 62).

Vergnaud (1990) considère que les difficultés conceptuelles rencontrées par les élèves lors de la résolution de problèmes arithmétiques doivent être analysées en termes de schèmes et qu'il n'est donc pas suffisant de s'intéresser strictement à la performance, c'est-à-dire au résultat de l'activité. Il est nécessaire de procéder à des investigations liées à l'organisation de l'activité, c'est-à-dire à la manière dont un sujet va réagir face à une situation nouvelle. Le rôle de l'enseignant consiste alors à proposer aux élèves une grande variété de situations afin qu'ils puissent avoir l'occasion d'exercer, le cas échéant, les schèmes existants. Dans le cas contraire, les situations de résolution de problèmes permettent aux élèves de développer des schèmes nouveaux. Dès lors, Vergnaud considère l'activité enseignante en tant que médiation dans les processus de conceptualisation des connaissances par l'élève. Il insiste (Vergnaud, 1994) sur le rôle essentiel de l'enseignant, qu'il nomme d'ailleurs « expert irremplaçable ». L'enseignant va, à l'aide d'un jeu de questions et d'interactions verbales, apporter une aide permettant d'identifier plus facilement le but à atteindre, la catégorie de problèmes ou encore l'information à sélectionner. Il pourra ainsi recourir à diverses formes symboliques telles que schémas, tableaux, énoncés en langage naturel, algèbre pour favoriser les opérations de pensée des élèves.

Le rôle fondamental des représentations sémiotiques, selon Duval

La présentation des principaux concepts inhérents à notre approche théorique s'achève par la notion de représentation sémiotique, en nous référant principalement aux travaux de Duval (2008) et de Novotná (2001).

Duval (2005) considère que l'apprentissage des mathématiques soulève des difficultés de compréhension que l'on ne retrouve pas pour les autres disciplines. Selon lui, les mathématiques constituent une science à part dans laquelle les objets, par exemple les nombres, ne sont pas directement accessibles par la perception ou observables à l'aide d'instruments (Duval, 2001) ; les objets sont représentés par une écriture, une notation, un symbole, un tracé, une figure, autrement dit par des signes appartenant à un système de représentations ayant ses contraintes propres de signifiance et de fonctionnement et que Duval (1993) nomme représentations sémiotiques. Duval insiste sur le fait que les objets mathématiques ne doivent pas être confondus avec les représentations qui en sont faites. Il met en avant le rôle fondamental joué par les représentations sémiotiques dans le processus de compréhension qui permet d'accéder aux objets mathématiques. Il fonde son approche théorique sur ce rôle essentiel joué par les relations étroites entre la sémiosis et la noésis dans la construction des concepts mathématiques. Les représentations sémiotiques sont pour Duval (1996) des représentations dont la production ne peut se faire sans la mobilisation d'un système sémiotique ; elles peuvent être des productions discursives (en langue maternelle, en langue formelle) ou non discursives (figures, graphiques, schémas…). Duval classe ces représentations dans des registres ; selon lui, l'essentiel dans l'activité mathématique consiste à recourir à des registres de représentation différents et l'originalité de cette activité réside dans la mobilisation simultanée d'au moins deux registres de représentation et dans la possibilité de changer à tout moment de registre. Par exemple, la résolution de problèmes nécessite de passer du texte de l'énoncé à l'écriture du traitement mathématique, c'est-à-dire de retrouver dans l'énoncé toutes les informations nécessaires à la résolution du problème et de les classer, de manière à poser et à écrire correctement le calcul à effectuer. Duval (2001) considère que la difficulté de la résolution réside dans ce passage du texte à l'écriture du calcul à effectuer. Il nomme « conversion » (figure 2) ce type de transformation qui consiste à changer de registre

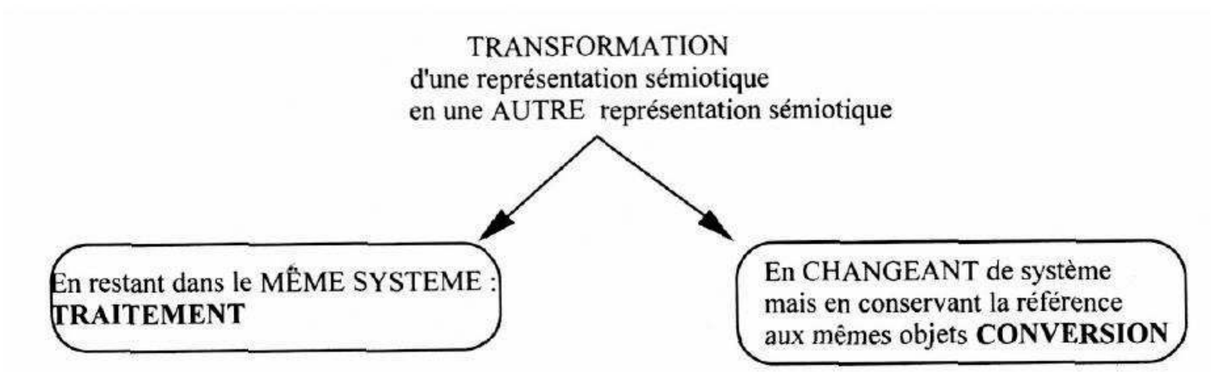


Figure 2 – Conversion et traitement (Duval, 2000, p. 3)

tout en conservant les mêmes objets. Par exemple, le passage du texte de l'énoncé à l'écriture du calcul à effectuer est une conversion qui fait passer du registre de langue naturelle à un registre numérique. Cette conversion est suivie d'une autre transformation qui consiste à effectuer le calcul à l'intérieur du registre numérique. Duval nomme « traitement » (figure 2) ce second type de transformation qui s'effectue au sein d'un même registre de représentation.

Duval considère comme fondamentales pour la construction d'un concept les tâches de conversion entre plusieurs registres de représentation sémiotique d'un même objet mathématique. Chaque fois qu'un changement de registre s'avère nécessaire ou que deux registres doivent être mobilisés simultanément, on assiste à une augmentation du nombre d'échecs ou de blocages des élèves, à tous niveaux d'enseignement. Pour pallier ces difficultés, Duval conseille de distinguer, lors de toute analyse de tâche, ce qui relève du traitement dans un registre et ce qui relève d'une conversion. Il déplore que dans le cadre de travaux relatifs à l'explication des processus cognitifs, la spécificité et l'importance des représentations sémiotiques soient fréquemment abordées de manière réductrice.

Novotná (2003, p. 29) observe qu'en l'absence d'une présentation préalable par le professeur, le langage graphique est rarement utilisé par les élèves. Dans la résolution du problème suivant :

> *Marie and Pavla each had some money but Marie had 10 CZK more than Pavla. Pavla managed to double the amount of money she had and Marie added 20 CZK more to her original amount. They now found that both of them had the same amount. How many crowns did each of them have at the beginning?*

Figure 3 – énoncé du problème proposé par Novotná (2001)

Novotná (2001) montre l'aide que peut apporter une représentation du type :

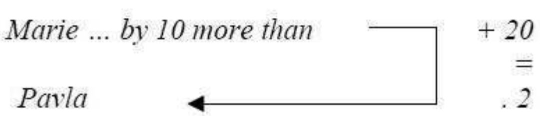


Figure 4 – représentation de l'aide proposée (Novotná, 2001)

Cependant, elle avertit du risque encouru d'imposer un tel recours, étant donné qu'il existe des différences individuelles entre les élèves dans leur manière de traiter les représentations sémiotiques. Parmi ces différences, elle cite notamment l'habileté à dessiner, l'influence de l'école ou du milieu familial.

PROBLÉMATIQUE ET HYPOTHÈSE

Notre approche intègre un ensemble de cadres théoriques de référence empruntés essentiellement à la didactique des mathématiques (Glaeser, Brousseau, Novotná), à la psychologie du développement (Vergnaud) et aux travaux portant sur la conversion entre registres de représentations sémiotiques (Duval). Orientée sur la problématique des relations entre enseignement et apprentissage et fortement centrée sur l'analyse de l'action du professeur, elle en réfère également à la théorie de l'action conjointe en didactique (Sensevy). C'est donc selon une approche que nous qualifions d'intégrative que nous avons abordé notre objet de recherche. Il s'agit d'analyser les effets, sur l'enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes numériques, de la mise en place d'un dispositif construit à partir d'un cadre didactique spécifique désigné sous l'acronyme R^2C^2. Ce cadre s'appuie sur une mise en œuvre régulière, conjointe et dévolue à l'élève des principes de Recherche, de mise en Réseau, de Conversion, de Catégorisation.

Nous posons l'hypothèse que l'apprentissage de la résolution de problèmes numériques peut être favorisé si l'enseignement s'inscrit dans un cadre didactique basé sur quatre principes dont la mise en œuvre satisfait quatre conditions :

La première condition concerne la mise en application des quatre principes P1, P2, P3 et P4 dans un milieu aménagé par l'enseignant (Brousseau, 1990).

- Principe P1 : Recherche de solution à des problèmes. Les élèves sont placés en situation de recherche (Glaeser, 1973) d'une ou plusieurs solutions à un problème donné, et ce, par contraste avec des séances de mathématiques composées uniquement d'activités de prise d'informations dans des énoncés et qui ne réservent aucune place aux traitements mathématiques (Balmes, Coppé, 1999 ; Coppé, Houdement, 2002).

- Principe P2 : Mise en Réseau des connaissances. Les élèves sont placés en situation de se référer à des « expériences précédentes » (Eysenck, 1993, *in* Novotná, 2003), à établir des liens avec le passé, avec la mémoire didactique de la classe (Brousseau, Centeno, 1991) et ainsi à mettre en réseau le problème à résoudre avec des problèmes antérieurs déjà résolus (Priolet, Régnier, 2007).
- Principe P3 : Conversion des représentations sémiotiques. Les élèves ont la possibilité de procéder à des conversions de représentations sémiotiques (Duval, 1995, 2005 ; Novotná, 2001, 2003).
- Principe P4 : Catégorisation des problèmes. Selon les relations mathématiques en jeu, les élèves sont conduits à catégoriser les problèmes rencontrés (Vergnaud, 1990) en ayant recours à une large base de problèmes favorisant des rapprochements et des différenciations.

Trois autres conditions que nous nommons conditions de coexistence, de régularité, et de dévolution à l'élève des principes P1, P2, P3, P4 doivent être respectées lors de la mise en œuvre du cadre didactique R^2C^2.

La condition de régularité est inspirée des travaux de Vergnaud (1990) qui prône comme essentielles la régularité et la variété des situations auxquelles l'élève doit être confronté afin de pouvoir exercer les schèmes existants ou bien être amené à en construire de nouveaux. La condition de coexistence signifie qu'aucun des principes énoncés ne saurait être exclu au bénéfice des autres. Cette condition montre l'aspect systémique du cadre didactique R^2C^2. Les quatre principes P1, P2, P3, P4 doivent être mis en œuvre lors de chaque séance de résolution de problèmes numériques. La dernière condition concerne la « dévolution à l'élève » dans le sens employé par Brousseau (1990), à savoir « l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (adidactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert » (p. 325).

L'opérationnalisation de ce cadre R^2C^2 s'appuie sur la mise en œuvre d'artefacts que nous nommons « boîtes-référentes » et « dictionnaires-référents ».

EXPÉRIMENTATION

Méthodologie

Afin de mettre à l'épreuve notre hypothèse de travail, nous avons engagé une étude longitudinale sur une année scolaire dans huit classes de CE2 en France (Priolet, 2008) et deux classes de 3^e^ année d'école élémentaire en République Tchèque (Priolet, Novotná, 2007). Cette expérimentation s'est déroulée selon trois phases principales :

Dans un premier temps, en début d'année scolaire, nous nous sommes attachée d'une part à observer et à analyser les séances de résolution de problèmes mises en place par les dix enseignants ; nous qualifions ces enseignants d'« ordinaires », par contraste avec des enseignants qui pourraient être maîtres-formateurs, autrement dit être impliqués en tant que formateurs dans des actions de formation. Les observations de ces séances, qualifiées d'initiales, ont fait l'objet d'enregistrements vidéoscopés (enregistrements de type n° 1). Nous avons aussi mesuré les performances (pré-test) des élèves de ces dix classes (France et République Tchèque) dans la résolution de douze problèmes numériques.

Dans un deuxième temps, de janvier à mars, quatre classes en France sélectionnées de manière aléatoire parmi les huit ont été soumises à l'opérationnalisation de notre cadre didactique R^2C^2 avec notamment pour consigne de ne pas faire varier la fréquence hebdomadaire de problèmes à résoudre par rapport aux pratiques initiales. Une deuxième série d'enregistrements (enregistrements vidéoscopés n° 2) a été effectuée dans ces quatre classes formant le groupe-expérimental à raison de l'enregistrement d'une séance par classe. Les quatre autres classes qui constituaient le groupe-témoin en France ont continué le travail prévu par l'enseignant dans le cadre de sa pratique habituelle d'enseignement de la résolution de problèmes. Dans un troisième temps, en juin, un post-test strictement identique au pré-test a fait l'objet d'une passation dans les huit classes en France.

Au cours de cette étude, outre les enregistrements vidéoscopés, deux autres techniques ont été utilisées pour recueillir les données relatives aux pratiques enseignantes : le questionnaire écrit et l'entretien d'autoconfrontation (Clot et Faïta, 2000). Nous nous sommes référée au cadre théorique développé par Leplat (2000) en psychologie du travail et en ergonomie ainsi qu'aux travaux de Rogalski (2003) qui considèrent l'enseignant en situation de travail.

Artefacts introduits dans le cadre de l'opérationnalisation du cadre R2C2

La mise en place du cadre R^2C^2 comporte l'introduction et l'usage d'artefacts désignés sous les noms de « boîtes-référentes » et de « dictionnaires-référents » qui conduisent les enseignants à confronter les élèves à la mise en œuvre des quatre principes P1, P2, P3 et P4 et ce, sous les conditions énoncées précédemment.

Les « boîtes-référentes »

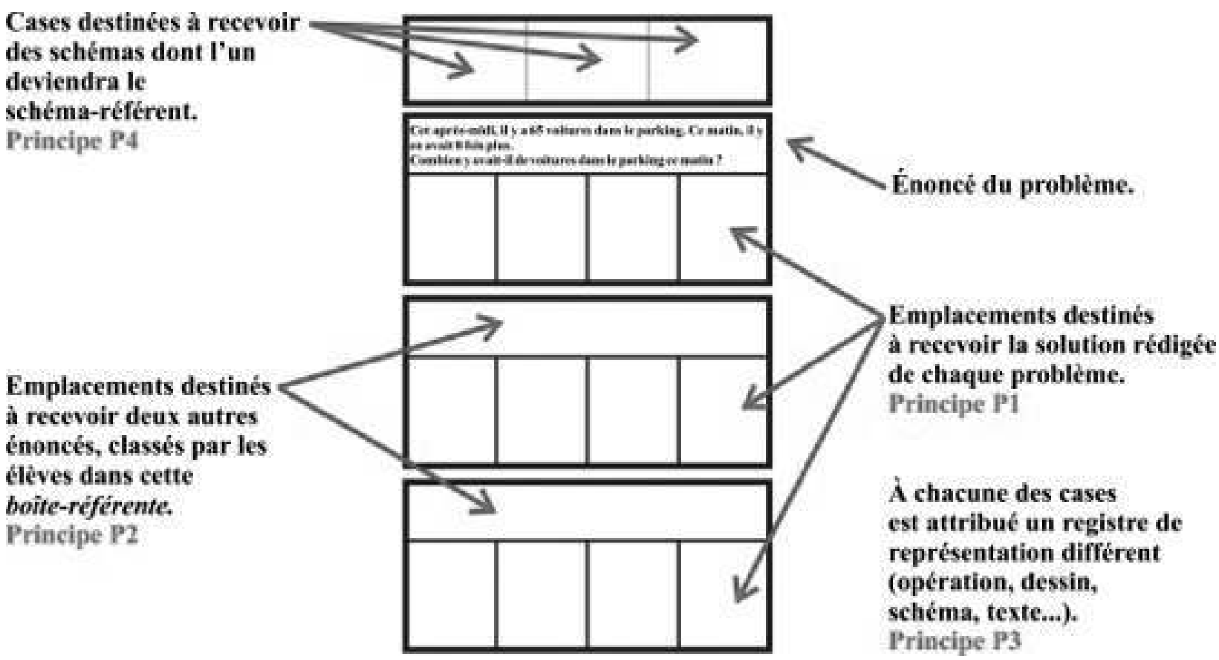


Figure 5 – « Boîte-référente ».

Des « boîtes-référentes » (Figure 5) sont mises à la disposition de chaque élève des classes du groupe-expérimental. Elles sont destinées à recevoir et à permettre la mise en relation d'énoncés verbaux et de représentations variées : opération, dessin, schéma, texte… relatifs à une même classe de problèmes. Cette activité de catégorisation, basée sur la classification de Vergnaud (1990) et inhérente au principe P4 confère à chaque « boîte-référente » le statut de référence pour une classe de problèmes donnée. Les travaux de Duval (1995) sur la conversion de représentations d'un registre dans un autre registre et ceux de Novotná (2001, 2003) sur l'intérêt de proposer aux élèves de recourir à différents registres constituent le cadre théorique retenu pour l'introduction de la dimension inter-représentationnelle (principe P3) de ces « boîtes-référentes » qui ont également pour objectif d'inviter l'élève à changer de registre de représentations ou du moins de lui montrer qu'il est autorisé à le faire. Plusieurs emplacements sont destinés à recueillir des représentations exprimées dans des registres différents ; l'élève pourra ainsi remplir l'ensemble ou seulement une partie des quatre cases prévues à cet effet. L'un des emplacements est réservé à recevoir la solution rédigée du problème (principe P1). Ces « boîtes-référentes » visent également une double mise en Réseau (principe P2). En effet, elles permettent d'établir des liens entre les différentes représentations fournies par l'élève. D'une part, elles conduisent l'élève à mobiliser plusieurs registres sémiotiques différents dans la perspective d'une meilleure compréhension des relations mathématiques sous-jacentes. D'autre part, elles favorisent la construction d'un schéma référent qui deviendra le « titre de la boîte-référente » grâce à la mise en relation des représentations issues d'un même registre, et ce, pour les différents problèmes de cette boîte. Chaque « boîte-référente » n'est pas destinée à recevoir un nombre limité d'énoncés. Enfin, il revient au professeur de conserver la base de problèmes qu'il avait prévue initialement dans sa progression et d'adapter, s'il le souhaite, la matérialisation du support présenté en figure 5. Certaines classes ont ainsi opté pour d'autres supports tels que cahiers, enveloppes, affiches collectives, classeurs pour matérialiser les « boîtes-référentes ».

Les « dictionnaires-référents »

Pour l'opérationnalisation de R^2C^2, un autre artefact, nommé « dictionnaire-référent » s'inscrit dans l'aménagement du milieu, au sens de Brousseau (1990). Ce dictionnaire est élaboré collectivement par chacune des quatre classes du groupe-expérimental au fur et à mesure que des expressions verbales posent des difficultés aux élèves (Exemples : un lot de livres, quatre fois moins d'élèves, une encyclopédie en 20 volumes…). Il s'inscrit plus particulièrement dans la mise en œuvre des principes P3 et P2 dès lors qu'il permet respectivement à l'élève de procéder à des conversions en passant par exemple du registre textuel au registre iconique ou algébrique, et d'établir des mises en réseau, par exemple en recourant aux définitions de ce dictionnaire lors de la résolution de nouveaux problèmes.

Les conditions d'utilisation de ces artefacts

Nous distinguons d'une part les éléments que les enseignants ne doivent pas modifier dans leur pratique professionnelle de la résolution de problèmes :

- la programmation établie en début d'année scolaire,
- la fréquence hebdomadaire de résolution de problèmes telle que prévue initialement, autrement dit, il ne s'agit pas d'ajouter des séances à celles prévues,
- la place réservée aux pratiques habituelles d'organisation de la classe en modes collectif, individuel ou par groupes,
- le degré d'exigence dans la présentation des résultats,
- la forme usuelle mise en place par chaque enseignant pour faire entrer les élèves dans l'activité,
- les outils de référence habituellement utilisés pour la préparation des séquences,
- et d'autre part les éléments que les enseignants du groupe-expérimental ont à introduire, à savoir les artefacts inhérents au cadre didactique R^2C^2 (« boîte-référente » et « dictionnaire-référent »).

IMPACT DU DISPOSITIF CONSTRUIT À PARTIR DU CADRE DIDACTIQUE R^2C^2 SUR LES PERFORMANCES DES ÉLÈVES

L'analyse quantitative des effets du dispositif construit à partir du cadre didactique R^2C^2 mis en œuvre dans les quatre classes du groupe-expérimental en France a été réalisée en comparant les performances des élèves du groupe-témoin et celles du groupe-expérimental lors d'un pré-test et d'un post-test constitués d'un même ensemble de douze problèmes à données numériques. La batterie de problèmes était composée de six problèmes de proportionnalité simple, d'un problème de comparaison multiplicative et de cinq problèmes nécessitant des calculs intermédiaires (Voir annexe n° 1). Le score de chaque élève a été calculé en prenant en compte le nombre de réussites.

		Effectif	Score global		Moyenne		Écart moyen
			Pré-test	Post-test	Pré-test	Post-test	
Groupes	Témoin	65	304	364	4,68	5,60	0,92
	Expérimental	72	315	457	4,38	6,35	1,97

Figure 6 – Effectif, score global et moyenne (pré-test et post-test), écart par groupe.

Pour chacun des douze problèmes retenus pour le traitement, la réussite correspond à la réponse strictement attendue (Voir annexe n° 1).
Les résultats (Priolet, 2008) révèlent que :

- Les deux groupes progressent de façon significative entre le pré-test et le post-test (comparaison intra-groupe), (test de l'égalité des moyennes des scores au pré-test et au post-test au sein respectivement du groupe-témoin et du groupe-expérimental ; t de Student pour échantillons appariés).
- Les scores des deux groupes sont homogènes tant au niveau du pré-test qu'au niveau du post-test (comparaison inter-groupes), (test de l'égalité des moyennes des scores obtenus au pré-test dans chacun des groupes d'une part et au post-test d'autre part, t de Student pour échantillons indépendants).

- L'écart (1,05) entre les moyennes obtenues au pré-test et celles obtenues au post-test (1,97 pour le groupe-expérimental et 0,92 pour le groupe-témoin) est significatif.

tStudent = 2,94 > 2,61 ; ddl = 135 ; p < 0,01).

Les représentations graphiques de ces résultats figurent en annexe n° 2.

Cette étude a donc révélé des résultats probants : les performances observées dans le groupe-témoin progressent d'environ un problème réussi en plus, tandis que celles observées dans le groupe-expérimental progressent d'environ deux problèmes réussis en plus.

Il nous importe maintenant d'étudier quels ont été les effets de la mise en œuvre du dispositif construit à partir de notre cadre didactique sur les pratiques d'enseignement.

IMPACT DU DISPOSITIF CONSTRUIT À PARTIR DU CADRE DIDACTIQUE R^2C^2 SUR LES PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT

État des pratiques d'enseignement avant la mise en place du dispositif construit à partir de R^2C^2

Cette partie porte sur l'observation des pratiques d'enseignement de la résolution de problèmes dans les huit classes de CE2 en France concernées par notre étude. Selon le protocole annoncé auprès des huit enseignants qui s'étaient tous déclarés volontaires pour participer à cette étude, les séances vidéoscopées devaient être des séances « ordinaires », caractéristiques des pratiques habituelles de chacun de ces enseignants pour l'enseignement de la résolution de problèmes.

L'analyse des séances de type n° 1 est à visée compréhensive. Autrement dit, il s'agit de comprendre les pratiques habituelles d'enseignement de la résolution de problèmes, chez ces huit enseignants professeurs des écoles.

Cette analyse exploite les données recueillies à partir d'un questionnaire renseigné par chacun des huit enseignants, de sept enregistrements vidéoscopés de séances de type n° 1 et de sept entretiens d'autoconfrontation simple, les enregistrements et les entretiens ayant donné lieu à un ensemble de quatorze transcriptions intégrales. L'ensemble de ces données a fait l'objet d'une analyse de contenu thématique portant entre autres sur les thèmes suivants : place et contenu de la démarche heuristique dans l'enseignement de la résolution de problèmes à données numériques, scénarios des différentes phases des séances, fréquence des problèmes à résoudre, outils mis à la disposition des élèves, place accordée à l'usage de différents registres de représentation, à la référence à des notions antérieures et à la mise en réseau des connaissances. L'analyse des emplois du temps, des traces écrites figurant dans les cahiers des élèves et les déclarations des enseignants révèle la mise en place de façon régulière de séances de résolution de problèmes. Les progressions renvoient à une fréquence hebdomadaire. L'analyse du questionnaire écrit adressé à chaque enseignant donne le nombre moyen de problèmes résolus par semaine. Compte-tenu de la variabilité liée à la longueur de l'énoncé et à la difficulté du problème proposé, on peut considérer que les deux groupes (GT et GE) sont confrontés à la résolution du même nombre de problèmes par semaine, soit 5 problèmes en moyenne.

Classe	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7	n°8
Groupe	Groupe-Témoin				Groupe-Expérimental			
Nombre de problèmes par semaine	6	4	5	6	5	8	3	5
Nombre de problèmes par semaine et par groupe	21				21			

Figure 7 – Nombre moyen de problèmes résolus par semaine

Afin de pouvoir comparer ultérieurement les conclusions issues des premières analyses avec celles obtenues suite à l'observation des classes du groupe ayant expérimenté le cadre didactique R^2C^2, nous avons opté ci-après pour une présentation des résultats selon les points suivants : recherche, mise en réseau, conversion de représentations, catégorisation.

Principe de Recherche (P1)

Tout d'abord, nous avons cherché à repérer la place accordée à l'activité de « Recherche » dans chacune des classes observées. Dans six classes sur huit, les élèves sont effectivement placés en situation de chercher la solution à un problème. Dans les deux autres classes, des séances pourtant intitulées « résolution de problèmes à données numériques » sont centrées exclusivement sur des activités étroitement liées à la lecture de l'énoncé et excluent toute activité liée à la mobilisation d'un traitement mathématique. Il n'est pas question de revenir ici sur le rôle déterminant joué par la lecture et la compréhension de l'énoncé dans la construction d'une représentation mentale de la situation décrite dans cet énoncé. La performance en lecture constitue le meilleur prédicteur de la réussite en résolution de problèmes à énoncés verbaux écrits (Dubois, D., *in* ONL, 1996) et montre l'attention qu'il convient d'accorder à la compréhension. Il paraît donc incontournable de prendre en compte dans l'enseignement l'activité de lecture de l'énoncé. Cependant il s'agit de s'interroger sur la place à accorder à ce travail spécifique dans l'enseignement des mathématiques. D'un côté, les experts dans le domaine de la lecture considèrent que le traitement des textes-énoncés de problèmes, compte tenu de leur pauvreté langagière, ne saurait être effectué durant des séances de lecture (ONL, 2000). D'un autre côté, on constate que certains enseignants s'appuient sur des manuels scolaires qui, sous la rubrique « Résoudre des problèmes » consacrent des séances entières à « Comprendre des problèmes » ou à « Trier des questions » et qu'ainsi certaines séances de mathématiques sont composées uniquement d'activités de prise d'informations dans des énoncés et ne réservent aucune place aux traitements mathématiques, ainsi que le déplorent Balmes et Coppé (1999).

Mise en réseau des connaissances (P2)

Quant à la mise en réseau des connaissances, elle est effectivement présente dans les séances observées, mais elle est essentiellement placée sous la conduite des enseignants, par exemple lors de la phase d'explicitation de l'énoncé ou du lexique.

Conversion des représentations (P3)

S'agissant de la place de la conversion de représentations dans les séances de type n° 1, nous constatons que les élèves sont principalement confrontés à l'usage du registre textuel et du registre numérique, registres entre lesquels s'opèrent effectivement des conversions lors de la résolution de problèmes. Le registre iconique est essentiellement mobilisé lors des phases de correction et ce, en grande partie sous le contrôle de l'enseignant, en étant introduit soit par l'enseignant lui-même lors de la reprise des travaux d'un élève, soit par un élève invité à exposer au tableau les représentations iconiques qu'il avait tracées dans son cahier lors de la résolution du problème.

Catégorisation (P4)

Enfin, lors de l'analyse de ces séances de type n° 1 et des entretiens d'autoconfrontation qui ont suivi, l'observation des pratiques initiales des enseignants de notre échantillon n'a pas révélé la présence d'activités de catégorisation des problèmes en fonction des relations mathématiques en jeu.

En conclusion et dans les limites des observations effectuées lors de ces séances de type n° 1, il ressort que les enseignants s'emploient la plupart du temps, mais pas exclusivement, à placer leurs élèves en situation de chercher des solutions à des problèmes. En revanche, la mise en réseau avec des connaissances antérieures ainsi que la conversion de représentations, le cas échéant, sont majoritairement placées sous le pilotage des enseignants. On constate cependant que la recherche de solutions, la mise en réseau et la conversion de représentations ne sont pas mises en œuvre de manière concomitante. Aucune activité de catégorisation n'a été relevée lors de nos observations.

Après l'analyse des pratiques habituelles de ces huit enseignants, nous nous intéressons maintenant à la mise en œuvre du dispositif construit à partir du cadre didactique R^2C^2 dans les quatre classes du groupe-expérimental.

Effets du dispositif construit à partir de R^2C^2 sur les pratiques d'enseignement

Le cadre didactique R^2C^2 mis en œuvre dans les quatre classes du groupe-expérimental en France vise à confronter les élèves aux principes de Recherche de solution, de mise en Réseau des connaissances, de Conversion de représentations sémiotiques, de Catégorisation des problèmes, et ce, sous les conditions de coexistence de ces quatre principes, de régularité dans leur mise en place et de leur dévolution à l'élève.

Nous étudions successivement la mise en œuvre de chacun de ces principes et des conditions afférentes.

Mise en œuvre du principe de Recherche (principe P1)

Contrairement aux séances de type n° 1 où nous avons observé des classes dans lesquelles les élèves n'étaient pas toujours placés en situation de chercher une ou des solutions à des problèmes, l'observation des séances de type n° 2 dans les quatre classes du groupe-expérimental révèle que les élèves sont effectivement confrontés à la recherche de solutions à des problèmes : dans trois des classes, il s'agit de problèmes posés par l'enseignant, tandis que dans la quatrième classe, ce sont des problèmes inventés et rédigés par d'autres élèves de la classe. Les séances de type n° 2 ont également montré des enseignants incitant les élèves à chercher et réservant du temps pour ce faire dans la séance. En tant que support à la fois conceptuel et matériel à l'activité de recherche pour la résolution de problèmes, la « boîte-référente » nous a semblé être un outil pouvant faciliter la dévolution à l'élève de la recherche de solutions.

Mise en œuvre du principe de mise en Réseau avec des connaissances (principe P2)

Dans les séances de type n° 2, quand un nouveau problème est proposé, après une incitation initiale de l'enseignant basée sur l'utilisation des artefacts « boîte-référente » et « dictionnaire-référent », c'est l'élève lui-même qui va procéder à la mise en réseau de ses connaissances en se référant aux problèmes déjà résolus. (Figures 8 et 9).

Dans le dernier exemple (Figure 9), l'enseignant rend l'élève responsable du recours à l'artefact « boîte-référente » afin de chercher si ce problème lui rappelle un type de problème. C'est l'élève qui va alors essayer d'effectuer cette mise en réseau entre des problèmes déjà rencontrés et le nouveau problème à résoudre. Autrement dit, l'artefact « boîte-référente » inhérent à la mise en œuvre de ce cadre didactique R^2C^2 a permis à l'enseignant de procéder à la dévolution à l'élève de cette mise en réseau.

Toutefois, au regard de certaines propositions erronées, l'enseignant va parfois guider les élèves dans le cheminement conduisant à cette mise en réseau, comme le montre l'exemple suivant. L'énoncé ci-après a été créé par un élève et proposé au groupe-classe pour résolution : « Léa a acheté 208 legos pour faire 4 murs. Combien va-t-elle prendre de legos pour faire chaque mur ? ». Lors de la phase de correction, l'élève concepteur de l'énoncé indique ensuite la réponse qu'il attendait : « 52 + 52 + 52 + 52, donc 52, 4 fois… ». L'enseignant suggère alors de rechercher parmi les « boîtes-référentes » celle contenant un problème ressemblant au problème « Léa ». Les élèves proposent le problème de référence suivant : « Lucie prend 24 fleurs qu'elle met dans 4 vases. Tous les vases ont le même nombre de fleurs. Combien y a-t-il de fleurs dans chaque vase ? ». En demandant ensuite si la solution « 3 ; 8 ;

173	32.47	Ens.→Cl.	*Alors est-ce qu'il y a un mot que vous ne savez pas expliquer ? (Mathilde lève le doigt)*
174	32.51	Ens.→Él.	*Mathilde.*
175	32.53	Élève	*Oui. Équitablement.*
176	32.54	Ens.→Cl.	*On l'entoure en rouge et je crois bien qu'il est marqué dans le dictionnaire. (…) .* ***(Classe n°6 – Séance n°2)***

Figure 8 – Invitation de l'enseignant à la mise en Réseau des connaissances en utilisant l'artefact « dictionnaire-référent »

105	26.10	Ens.→Cl.	*Quel type de problème vous avez en tête, là ? Pour répondre, regardez dans votre cahier.* ***(Classe n°5 – Séance n°2)***

Figure 9 – Invitation de l'enseignant à la mise en Réseau des connaissances en utilisant l'artefact « boîte-référente »

5 ; 8 » au problème de référence « Lucie » est acceptable, l'enseignant amène alors les élèves à repérer le rôle essentiel de la phrase « Tous les vases ont le même nombre de fleurs. ». Puis il demande si la solution « 62 ; 50 ; 24 ; 72 » est acceptable pour le problème « Léa ». Les élèves en déduisent que ce problème ne peut pas entrer dans la même « boîte-référente » que le problème « Lucie » du fait de l'absence de la phrase : « Chaque mur a le même nombre de legos ». Ce sont les comparaisons entre l'énoncé produit et les énoncés déjà présents dans la « boîte-référente » liée aux problèmes de type multiplicatif qui permettent aux élèves de comprendre le rôle majeur de la phrase « Tous les vases ont le même nombre de fleurs. », d'accepter des solutions telles que le quadruplet (62 ; 50 ; 24 ; 72) comme solution possible au problème sur les legos et de construire la connaissance de « partage équitable ». De l'observation des séances de type n° 1 et de type n° 2, il ressort également que les enseignants incitent leurs élèves à se référer à des situations connues de la vie quotidienne. Mais rien ne nous permet d'affirmer, en l'état actuel de nos connaissances, que cette évocation de situations puisse favoriser la résolution de problèmes chez les élèves. Les recherches conduites (Nesher, 1980 ; Acioly, 1994) montrent que la compréhension d'une situation, fût-elle issue de la vie quotidienne, ne suffit pas nécessairement à assurer la réussite au problème mathématique. L'essentiel nous paraît résider dans la perception des relations mathématiques sous-jacentes.

Il nous semble donc intéressant de prendre aussi en considération le nombre et la diversité des problèmes proposés (Julo, 2002) qui permettent d'optimiser la mise en réseau des connaissances et qui, si nous nous référons à Vergnaud (1990) favorisent la formation des concepts. Les connaissances récemment acquises seront mises en réseau avec les connaissances antérieures, notamment avec la possibilité donnée à l'élève de compléter des « boîtes-référentes » en y insérant des énoncés tout au long de l'année. En effet, deux cas peuvent se présenter : (1) la catégorie dans laquelle s'inscrit le problème a été récemment rencontrée ; (2) la catégorie dans laquelle s'inscrit le problème est nouvelle : l'élève devra construire une nouvelle connaissance contre ses connaissances antérieures (Bachelard, 1938) et créer une nouvelle « boîte-référente ». Par le jeu didactique de « Mise en Réseau » dévolu aux élèves, il s'agit bien de favoriser la conceptualisation.

Mise en œuvre du principe de Conversion de représentations sémiotiques (principe P3)

Dans les séances de type n° 2, de par la mise en œuvre du cadre didactique R^2C^2, c'est l'élève qui réalise lui-même les représentations lors de la phase de recherche. Par l'intermédiaire des « boîtes-référentes », les élèves sont invités à utiliser le registre iconique, d'une part pour élaborer une représentation dessinée de la situation décrite dans l'énoncé, d'autre part pour schématiser et modéliser la situation. Outre l'intérêt qui réside dans la production par l'élève de sa propre représentation du problème, la confrontation collective de ces traces iconiques avec celles émanant d'autres registres tel que le registre algébrique pourra conduire l'élève à « admettre qu'il existe d'autres procédures que celle qu'on a soi-même élaborée et essayer de les comprendre » (M. E. N., 2002, *in* Houdement, 2003). Mais comme le précise Houdement (2003), il ne s'agit pas seulement de chercher, « mais de réussir à aller jusqu'au bout de l'élaboration d'une procédure nouvelle (non connue) » (Julo, 1999 *in* Houdement, 2003, p. 8).

Avant de revenir à des considérations plus générales sur la mise en œuvre de ce principe de conversion (principe P3), nous traiterons successivement du recours à la trace dessinée et du recours à la trace schématisée.

Recours à la trace dessinée :

Les élèves sont en présence d'un énoncé textuel qui présente une situation à résoudre. En nous référant aux travaux issus de la psychologie de l'apprentissage, nous considérons que cette situation, même dans le cas où il s'agit d'une situation de la vie quotidienne, doit être reconstruite par le lecteur à partir de l'énoncé de manière à en élaborer une représentation mentale (Johnson-Laird, 1983, 1993). Le recours à la trace dessinée nous semble imposer à l'élève un passage obligé par une lecture pas à pas de l'énoncé, voire par plusieurs lectures de l'énoncé qui pourraient laisser suggérer une meilleure identification des données. Nous rejoignons Novotná (2002) qui développe le point de vue selon lequel la construction de la représentation mentale de la situation pourrait ainsi être facilitée par ce recours à cette trace dessinée qui permettrait de soulager la mémoire de travail.

Recours à la trace schématisée :

Si l'on s'intéresse à la représentation de type diagramme, on peut considérer (Novotná, 2003) que ce recours à la trace schématisée va faciliter la démarche heuristique, et ce, grâce à la manipulation, par écrit, de relations.

Dans notre cadre didactique, la forme matérielle de la « boîte-référente » avec une case vierge prévue pour recevoir un diagramme invite l'élève à cette production. On sait en effet qu'en l'absence d'une présentation préalable par le professeur, le langage graphique est rarement utilisé par les élèves (Novotná, 2003). Ici, dans le cadre R^2C^2, l'utilisation de l'artefact « boîte-référente » rend explicite la sollicitation au recours à ce type de conversion, sans l'imposer.

Après avoir considéré plus particulièrement les traces appartenant au registre iconique, nous envisageons les conditions de mise en œuvre de ce principe P3.

La figure 10 rend compte du recours à la conversion de représentations. L'énoncé a été rédigé par l'enseignante de la classe dont l'effectif (23), connu des élèves, constitue une donnée implicite. On remarque que chacun des trois élèves a renseigné les quatre cases, toutefois les consignes relatives à l'utilisation de l'artefact « boîte-référente » précisent bien qu'il n'est nullement impératif de remplir toutes les cases et ainsi d'avoir recours à l'ensemble des registres évoqués (Figures 11 et 12).

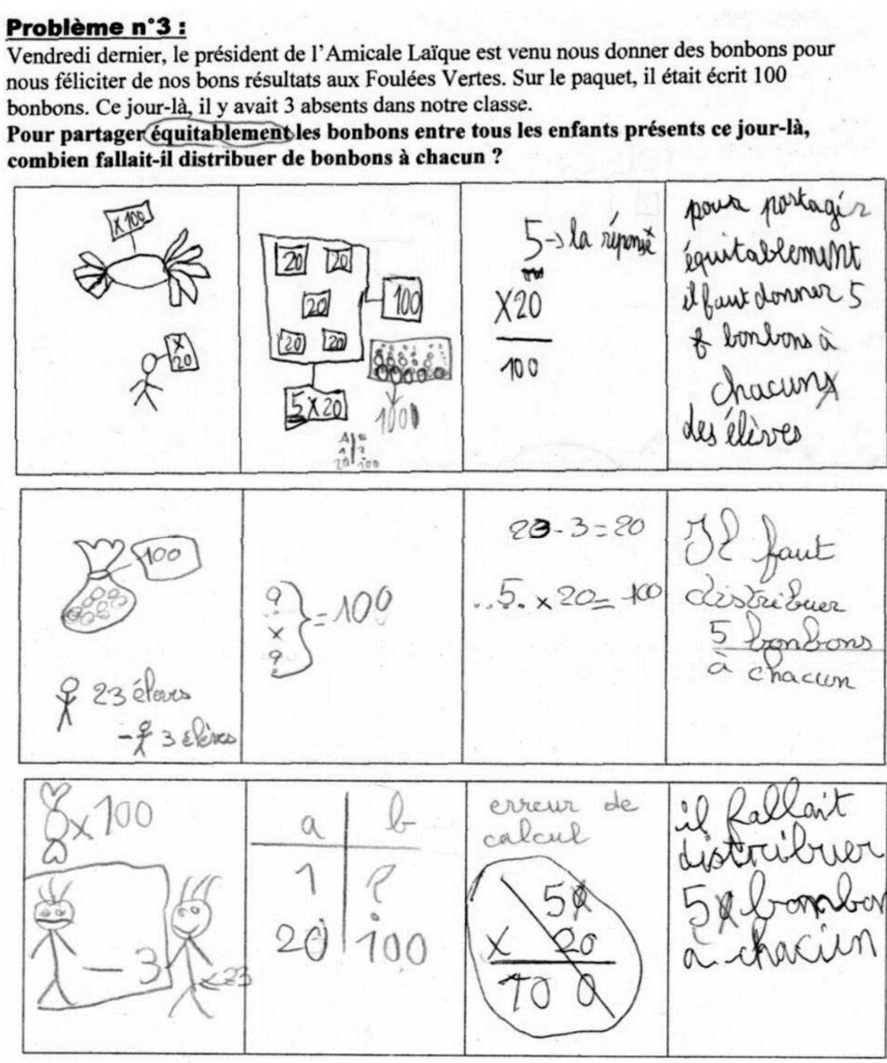


Figure 10 – Recours à la conversion de représentations : productions de trois élèves d'une même classe du groupe-expérimental

71	08.58	Ens.→Él.	*Si vous laissez une case vide, ce n'est pas bien grave.* **(Classe n°8 – Séance n°2)**

Figure 11 – Précision apportée par l'enseignant de la classe n° 8 sur l'utilisation de la « boîte-référente »

98	18.11	Ens.→Cl.	*Vous faites les schémas. Si les schémas vous gênent, vous ne faites pas de schéma. Vous passez directement à l'opération à laquelle vous pensez.*
99	18.22	Ens.→Él.	*Florian, si c'est cela qui t'ennuie, il ne faut pas… C'est fait pour vous aider. Ce n'est pas… On est d'accord ?*
100	18.34	Élève	*Et si on n'arrive pas à faire le dessin ?*
101	18.38	Ens.→Él.	*Le dessin ? C'est pareil. Cela, je vous l'ai dit.* ***(Classe n°6 – Séance n°2)***

Figure 12 –: Précisions apportées par l'enseignant de la classe n° 6 sur l'utilisation de la « boîte-référente »

La régularité imposée dans l'utilisation des « boîtes-référentes » vise aussi à induire une régularité dans la mise en relation de plusieurs registres entre eux. Cette condition de mise en œuvre régulière, alliant nombre et variété de tâches de traitements et de conversions de registres est posée par Pluvinage (1998) dès lors que l'on s'intéresse à la place de ces opérations dans l'apprentissage de la résolution de problèmes. Duval (1995) pointe aussi le rôle fondamental joué par les tâches de conversion entre plusieurs registres de représentations sémiotiques d'un même objet mathématique, pour la construction d'un concept.

Les enregistrements vidéoscopés n° 2 révèlent une implication plus personnelle de la part des élèves, certains s'engageant davantage dans la conversion de représentations, d'autres n'y recourant pas car procédant directement à la résolution du problème en utilisant une procédure experte, tandis que d'autres encore se sentent autorisés à passer par des dessins ou des schémas. Cet ensemble d'observations atteste de la prise en compte de la dévolution à l'élève du principe P3 de conversion des représentations.

Il nous semble aussi que la mise en œuvre de ce principe P3 peut influer sur le contrat didactique (Brousseau, 1980) dans la mesure où l'élève est désormais confronté à différentes possibilités de représentations reconnues par l'enseignant. L'analyse des séances de type n° 1 avait révélé une homogénéité dans les pratiques initiales des enseignants qui exigeaient un passage par la forme de présentation normée « Solution / Opération ». Cette forme centrée sur une approche unique de résolution basée sur le recours au mode calculatoire nous semble favoriser l'usage de la technique opératoire en cours d'apprentissage (Priolet, 2008). On peut alors considérer que le fait d'instituer, lors des séances de type n° 2, le recours à différents registres de représentation vient modifier le contrat didactique. Toutefois, l'analyse des documents vidéoscopés révèle que certains élèves produisent une représentation de type iconique après avoir donné la solution au problème. On peut voir là encore l'effet du contrat didactique. L'élève veut répondre à la demande d'utilisation de différents registres et renseigner la totalité des cases disponibles. Il semble essentiel de considérer que ces traces dessinées ou schématisées ont un statut transitoire et qu'elles sont conçues comme une aide pour attirer l'attention des élèves sur les relations entre la structure du problème et la structure de la solution (Vergnaud, 1997) et qu'elles sont faites « pour être oubliées au fur et à mesure de la maîtrise des problèmes » p. 34).

Mise en œuvre du principe de Catégorisation (principe P4)

L'introduction et l'utilisation effectives de l'artefact « boîte-référente » induit la présence d'une activité de catégorisation dans les séances de type n° 2. À partir de problèmes résolus en recourant à différents registres de représentation, il s'agit pour l'enseignant de confier à l'élève la responsabilité d'établir des catégories de problèmes puis de construire un ou plusieurs « schémas-référents » permettant de représenter les relations mises en jeu dans les situations, traduisant là une dévolution à l'élève du principe P4.

Il nous semble que la mise en œuvre de ce principe P4 peut avoir eu un effet sur la capacité des élèves à résoudre des problèmes, dans la mesure où ceux-ci sont amenés à établir des classes de problèmes conduisant à la construction et à l'enrichissement d'un modèle mental. En effet, face à un problème, deux cas peuvent se présenter : (1) L'élève a déjà rencontré ce type de problème et a déjà élaboré un schéma (Kintsch et Greeno, 1985), c'est-à-dire un objet mental structuré ayant un certain nombre de propriétés caractéristiques propres à la classe de problèmes rencontrés. Dès lors, il peut classer le nouveau problème dans la boîte-référente adéquate. (2) L'élève n'a jamais rencontré ce type de problème ; il va devoir élaborer un modèle analogique de problème et construire un modèle mental (Johnson-Laird, 1983). On peut envisager que le fait de tracer par écrit un diagramme permettant de visualiser les relations en jeu facilitera la construction de ce modèle mental.

Cette activité de catégorisation constitue une étape vers la conceptualisation.

Conditions de mise en œuvre des quatre principes du cadre R^2C^2

Durant l'opérationnalisation du cadre R^2C^2, toutes les séances de résolution de problèmes mises en place par les enseignants du groupe-expérimental ont été exclusivement réalisées en utilisant les outils et le protocole fournis pour la mise en œuvre du cadre didactique R^2C^2.

Les « boîtes-référentes » ont été conçues comme artefacts permettant à la fois de procéder à des activités de conversion (principe P3) et de Catégorisation (principe P4), de mettre en Réseau des connaissances (principe P2) et ce, en vue de résoudre des problèmes nombreux et variés (principe P1). Leur utilisation, telle qu'elle était conçue et telle qu'elle a été effectivement mise en œuvre, induit de fait la coexistence des principes P1, P2, P3, P4. La comparaison des transcriptions intégrales des enregistrements vidéoscopés n° 1 et n° 2 révèle que l'aspect systémique inhérent au cadre didactique R^2C^2 a été effectivement pris en considération par les enseignants du groupe-expérimental.

La régularité des séances de résolution de problèmes déjà présente dans les séances de type n° 1, posée comme devant rester constante tout au long de l'expérimentation, conduit à admettre la régularité de la mise en œuvre des principes P1, P2, P3 et P4 dans les classes du groupe-expérimental.

Concernant la condition de la dévolution des quatre principes à l'élève, on observe notamment dans les séances de type n° 2 une dévolution à l'élève de la mise en réseau des connaissances et de la conversion des représentations, par contraste avec les pratiques initiales observées (séances de type n° 1) dans lesquelles cette mise en réseau et cette conversion étaient majoritairement pilotées par l'enseignant. La mise en œuvre d'activités liées à la catégorisation des problèmes, absente lors des séances de type n° 1, a été, elle aussi, dévolue à l'élève lors de la mise en œuvre du cadre R^2C^2. Les élèves ont été placés en situation de rechercher des solutions aux problèmes posés. L'introduction de l'artefact « boîte-référente » constitutif du nouveau milieu créé par les enseignants du groupe-expérimental nous semble avoir favorisé la dévolution à l'élève des quatre principes du cadre didactique R^2C^2. En conclusion, on peut admettre que la condition de dévolution des principes a été respectée.

Un « focus-group » regroupant les enseignants des huit classes participant à notre étude a permis aux enseignants du groupe expérimental d'analyser leur changement de posture par rapport aux séances n° 1 plus particulièrement dans le cadre de la dévolution des principes aux élèves.

PRATIQUES USUELLES D'ENSEIGNEMENT DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DANS DEUX CLASSES DE RÉPUBLIQUE TCHÈQUE

Lors de journées d'études en République Tchèque, nous avons saisi l'opportunité d'aller observer les pratiques d'enseignement de la résolution de problèmes dans deux classes ordinaires de troisième année d'école primaire correspondant ainsi à l'année de CE2 des classes participant à l'expérimentation en France. Durant la période correspondant à la passation du test initial en France, les élèves de ces deux classes de République Tchèque ont été soumis au même test des douze problèmes que leurs homologues français, la seule variable portant sur la traduction de ces douze énoncés en langue anglaise.

En France, les résultats issus de cette étude de type longitudinal ont révélé des résultats probants en faveur des quatre classes ayant expérimenté le cadre didactique R^2C^2 : les performances observées dans le groupe-témoin ont progressé d'environ un problème réussi en plus, tandis que celles observées dans le groupe-expérimental ont progressé d'environ deux problèmes réussis en plus.

Néanmoins, les performances au post-test du groupe-expérimental en France (6,35) se révèlent inférieures à celles obtenues au pré-test réalisé dans les deux classes de République Tchèque non soumises à l'opérationnalisation du cadre didactique R^2C^2 (7,67) (voir figure 13).

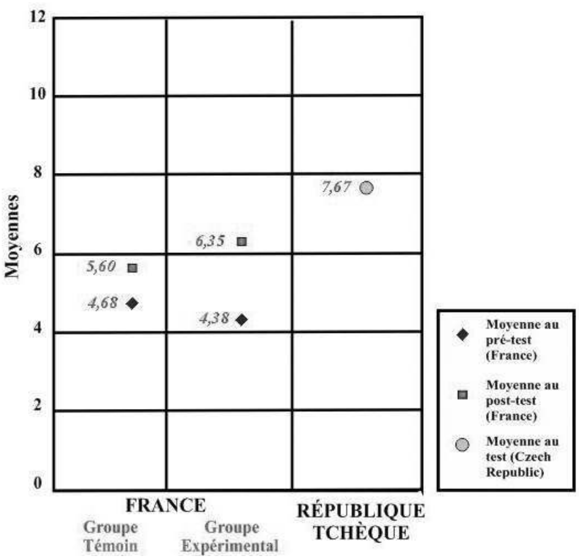


Figure 13 – Comparaison des moyennes obtenues aux différents tests

Dans ces deux classes de République Tchèque observées dans le cadre de pratiques ordinaires d'enseignement, les élèves ont considéré comme naturel de rechercher des problèmes similaires, d'essayer d'utiliser le registre de représentation le mieux adapté à leur stratégie de résolution de problèmes, de décomposer un nouveau problème en plusieurs sous-problèmes simples pour lesquels ils connaissaient déjà les algorithmes de résolution (Priolet, Novotná, 2007). On relève ainsi des similitudes entre les pratiques ordinaires d'enseignement-apprentissage des deux classes de République Tchèque non soumises à l'opérationnalisation du cadre didactique R^2C^2 et celles des quatre classes en France ayant expérimenté le dispositif construit à partir du cadre didactique R^2C^2.

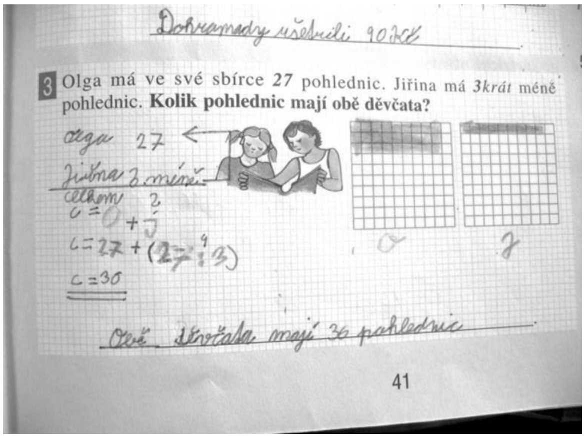


Figure 14 – Extrait d'un fichier d'élève de République Tchèque montrant le recours à la conversion de registres

Afin d'expliquer du moins en partie, les différences de performances entre les deux classes de République Tchèque et les quatre classes du groupe-expérimental en France, il nous semble nécessaire de considérer la durée durant laquelle les élèves ont été soumis à la recherche effective de solutions à des problèmes, à la mise en réseau de connaissances, à l'usage de la conversion de représentations sémiotiques et de la catégorisation et ce, sous les conditions de régularité et de dévolution à l'élève.

Alors que les élèves du groupe-expérimental français n'ont été confrontés que durant trois mois à la mise en œuvre des quatre principes inhérents au cadre didactique R^2C^2, on constate que les pratiques observées dans cette école en République Tchèque sont mises en œuvre chaque année et de façon régulière tout au long de l'année scolaire. Nous attribuons ainsi la supériorité des performances de ces deux classes de République tchèque au travail systématique et à long terme mené depuis le début de la scolarité obligatoire dans la mise en œuvre de ces principes.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Cette étude visait à étudier les effets de la mise en place d'un dispositif d'aide à la résolution de problèmes numériques.

Dans un premier temps, l'analyse des pratiques habituelles, dans des classes ordinaires, de huit enseignants concernés par cette étude en France, a révélé l'habitude de conduire régulièrement des séances de résolution de problèmes. Toutefois, même si les élèves sont placés en situation de chercher, on constate que l'activité proposée ne porte pas toujours sur la recherche de solution effective à des problèmes. On constate aussi que la conversion de représentations sémiotiques ainsi que la mise en réseau avec des connaissances antérieures se font majoritairement sous le pilotage de l'enseignant. En tout état de cause, les activités liées à la recherche, à la mise en réseau et à la conversion de représentations ne sont pas mises en œuvre de façon régulière et concomitante. Aucune activité liée à la catégorisation de problèmes n'a été observée.

Dans un second temps, le dispositif construit à partir du cadre didactique R^2C^2 destiné à aider les élèves à résoudre les problèmes numériques a été expérimenté dans quatre classes sélectionnées de façon aléatoire parmi les huit pour constituer le groupe expérimental. Ce cadre visait à la mise en œuvre conjointe et à la dévolution à l'élève de quatre principes que nous considérons comme essentiels au vu des travaux cités dans notre cadre théorique : la recherche de solution effective à des problèmes (principe P1), la mise en réseau avec des connaissances antérieures (principe P2), la conversion de représentations sémiotiques (principe P3) et la catégorisation de problèmes (principe P4).

Les effets de cette expérimentation ont été mesurés suivant un protocole d'évaluation constitué d'un pré-test et d'un post-test composé d'une batterie de douze problèmes numériques. Cette étude a révélé des résultats probants : les performances observées dans le groupe-témoin ont progressé d'environ un problème réussi en plus, tandis que celles observées dans le groupe-expérimental ont progressé d'environ deux problèmes réussis en plus, et ce, de manière significative. Nous avons alors cherché à repérer et à comprendre les modifications des pratiques d'enseignement induites par la mise en œuvre de ce cadre R^2C^2.

Nous constatons que les séances intitulées « Résolution de problèmes » ont été orientées vers la résolution effective de problèmes (Principe P1), les exercices plus spécifiquement liés à la lecture-compréhension d'énoncés ou à l'explicitation lexicale étant alors transférés vers des séances de français. Pour résoudre les problèmes, les élèves sont désormais constamment invités à se référer à des situations déjà rencontrées et à des connaissances déjà installées, cette mise en Réseau (principe P2) s'opérant par l'intermédiaire des deux artefacts « Boîte-référente » et « Dictionnaire-référent ». Nous voyons là une interdépendance entre les principes P1 et P2.

Nous relevons que le principe P3, au même titre que les principes P1 et P2, est dévolu à l'élève, puisque l'enseignant rend effectivement l'élève responsable de l'utilisation de différents registres de représentations. On retrouve cette dévolution à l'élève lors de l'activité de Catégorisation (Principe P4) qui vise à favoriser le processus de conceptualisation et au cours de laquelle les enseignants confient à leurs élèves la responsabilité d'établir des catégories de problèmes.

Suite à l'opérationnalisation de ce cadre didactique R^2C^2 dans les quatre classes de notre groupe-expérimental (France), nous constatons que la mise en œuvre des quatre principes a été dévolue à l'élève. Nous attribuons cette dévolution à l'aménagement du milieu et plus principalement à l'utilisation des deux artefacts « boîte-référente » et « dictionnaire-référent ». En cela, au vu de leur usage dans les classes, nous pouvons considérer ces artefacts comme des « instruments cognitifs », faisant notamment passer les pratiques d'enseignement d'une approche analytique (utilisation ponctuelle et indépendante des principes) à une approche systémique. Cette mise en œuvre conjointe des quatre principes nous paraît être un facteur essentiel dans l'amélioration des résultats des élèves.

Toutefois, nous constatons que les performances des quatre classes de ce groupe-expérimental demeurent inférieures à celles des deux classes ordinaires de République Tchèque non soumises à l'expérimentation, mais dont les pratiques d'enseignement se révèlent proches de celles induites par le cadre didactique R^2C^2 incluant la recherche de solution, la mise en réseau, la conversion de représentations et la catégorisation. Alors que les élèves des deux classes observées en République Tchèque sont confrontés à l'utilisation de ces principes depuis le début de leur scolarité, ceux des quatre classes en France n'ont été soumis qu'à une expérimentation de trois mois. Nous attribuons les écarts constatés à la variation du paramètre de durée d'utilisation de ces principes, considérant que le processus de « genèse instrumentale » (Rabardel, 1995) qui permet dans notre cadre didactique R^2C^2 de transformer les artefacts mis en œuvre en instruments doit s'inscrire dans une temporalité longue.

Malgré la taille limitée de notre échantillon ainsi que la durée réduite de l'expérimentation, la méthodologie retenue pour le recueil des données a permis de prendre en compte à la fois les pratiques déclarées et les pratiques effectives de l'enseignement de la résolution de problèmes. Nos travaux se poursuivent selon une approche à visée descriptive et compréhensive en vue d'analyser plus spécifiquement les obstacles susceptibles d'inhiber la mise en place conjointe des principes, à la fois au sein de la classe et sur une période dépassant l'année scolaire. Nous nous intéressons notamment à la formation, à la professionnalisation et au travail partagé des enseignants, en vue d'approfondir la question de la mise en œuvre de ces principes sur une période plus longue.

RÉFÉRENCES

Acioly, N.-M. (1994). LA JUSTE MESURE : une étude des compétences mathématiques des travailleurs de la canne à sucre du Nordeste du Brésil dans le domaine de la mesure. Thèse de Doctorat en Psychologie, université René Descartes - Paris V, Paris.

Bachelard, G. (1938). La formation de l'esprit scientifique. Paris : Vrin.

Balmes, R. M., Coppé, S. (1999). Les activités d'aide à la résolution de problèmes dans les manuels de cycle 3. Grand N, 63, 37-59.

Brousseau, G. (1980). Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. Revue de laryngologie otologie rhinologie, 3-4, 101, 107-131.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 4, 2, 165-198.

Brousseau, G. (1986). Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques. Thèse de doctorat d'état ès Sciences, université de Bordeaux 1, Bordeaux.

Brousseau, G. (1988). Didactique fondamentale : cadre et objets de la didactique. In Actes de l'université d'été d'Olivet : Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire (p. 10-25). Bordeaux : IREM

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. Recherches en didactique des mathématiques, 9, 3, 309-336.

Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical situations in mathematics 1970-1990. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Brousseau, G., Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. Recherches en Didactique des mathématiques, 2, 3, 167-210.

Brousseau, N. et G. (1987). Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire. Bordeaux : IREM.

Clot, Y., Faïta, D. (2000). Genres et styles en analyse du travail. Concepts et méthodes, Travailler, 4, 7-42.

Coppé, S., Houdement, C. (2002). Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire, Grand N, 69, 53-62.

Dubois, D. (1996). La lecture en sixième. In Observatoire National de la Lecture (Éd.), Regards sur la lecture et ses apprentissages (p. 173-185). Paris : Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, Annales de didactique et de sciences cognitives, 5, 37-65.

Duval, R. (1995). Sémiosis et pensée humaine. Berne : Peter Lang.

Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ?, Recherches en Didactique des Mathématiques, 16, 3, 349-382.

Duval, R. (2000). L'analyse cognitive des problèmes de compréhension dans l'apprentissage des mathématiques. Communication présentée à l'Universidad Catolica de Valparaiso « Tercero en didactica de la Matematica ». Valparaiso. Brésil.

Duval, R. (2001). Pourquoi les représentations sémiotiques doivent-elles être placées au centre des apprentissages en mathématiques ? In A. Gagatsis (Ed.), Learning in Mathematics and Science and Educational Technology (p. 67-90). Nicosia (Cipro) : Intercollege press.

Duval, R. (2005). Langage, symboles, images, schémas… De quelle manière interviennent-ils dans la compréhension, en mathématiques et en dehors des mathématiques. Bollettino dei Docenti di Matematica, 50, 19-40

Duval, R. (2008). Eight Problems for a Semiotic Approach in Mathematics Education. In L. Radford, G., Schubring, F., Seeger, F. (Eds.), Semiotics in Mathematics Education ; Epistemology, History, Classroom and Culture (p. 39-61). Rotterdam : Sense Publishers.

Glaeser, G. (1973). Pédagogie de l'exercice et du problème – Le livre du Problème. Lyon, Paris : CEDIC.

Goigoux, R. (2001). Enseigner la lecture à l'école primaire. Note de synthèse pour l'habilitation à Diriger des Recherches, université Paris 8, Paris.

Houdement, C. (2003). La résolution de problèmes en question. Grand N, 71, 7-23

Inspection Générale de l'Éducation nationale (2006). L'enseignement des mathématiques au cycle 3 à l'école élémentaire (Rapport n° 2006-034). Paris : ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche.

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ?, Grand N, 69, 31-52.

Lenoir, Y. (2009). L'intervention éducative, un construit théorique pour analyser les pratiques d'enseignement. Les nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 1, 12, 9-29.

Lenoir, Y. et Vanhulle, S. (2006). Étudier la pratique enseignante dans sa complexité : une exigence pour la recherche et la formation à l'enseignement. In A. Hasni, Y. Lenoir et J. Lebeaume (Éds.), La formation à l'enseignement des sciences et des technologies au secondaire dans le contexte des réformes par compétences (p. 193-245). Québec : Presses de l'Université du Québec.

Leplat, J. (2000). L'environnement de l'action en situation de travail, *in* Actes du séminaire du Centre de Recherche sur la Formation du CNA : L'analyse de la singularité de l'action (p. 107-132). Paris : PUF

Maury, S. (2001). Didactique des mathématiques et psychologie cognitive : un regard comparatif sur trois approches psychologiques. Revue Française de Pédagogie, 137, 84-93.

Maury, S. (2005). Modélisations du sujet en psychologie et en didactique, dans les travaux intéressant l'enseignement des mathématiques *in* M.-H. Salin, P. Clanché, et B. Sarrazy (Éds.), Sur la théorie des situations didactiques. Questions, réponses, ouvertures. Hommage à Guy Brousseau (p 335-343). Grenoble : La Pensée sauvage.

Nesher, P. (1980). The Stereotyped Nature of School word problems. For the Learning of Mathematics, 1, 1, 41-48.

Nguala, J.-B. (2005). La multiprésentation, un dispositif d'aide à la résolution de problèmes. Grand N, 76, 45-63.

Nguala, J.-B. (2009). Multiprésentation de problèmes comme dispositif de réapprentissage au cycle 3 de l'école primaire : mise en place, portée et limites. Thèse de didactique des mathématiques, université Paris Diderot, Paris.

Novotná, J. (1997). Using Geometrical Models and Interviews as Diagnostic Tools to Determine Students' Misunderstandings in M. Hejný, J. Novotná (Eds.), Mathematics, SEMT 97 (p. 61-67). Praha : Prometheus.

Novotná, J. (2001). Pictorial Representations in the Process of Grasping Word Problem Structures, In C. Vale, J., Horwood and J. Roumeliotis (Eds.), A Mathematical Odyssey (p. 145-157). Melbourne : Mathematical Association of Victoria.

Novotná, J. (2002). Instruments pour l'analyse des traces écrites. Communication présentée à Bordeaux « De l'étude du comportement à celle de situations ». université de Bordeaux 2 : DAEST, Septembre.

Novotná, J. (2003). Étude de la résolution des « problèmes verbaux » dans l'enseignement des mathématiques. De l'analyse atomique à l'analyse des situations. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches, université de Bordeaux 2, Bordeaux.

Fayol, M., David, J., Dubois, D., Rémond, M. (2000). Maîtriser la lecture – Poursuivre l'apprentissage de la lecture de 8 à 11 ans. Observatoire National de la Lecture. Paris : CNDP.

Pluvinage, F. (1998). La nature des objets mathématiques dans le raisonnement, Annales de didactique et de Sciences cognitives, 6, 125-138.

Polya, G. (1945). How to solve it. Princeton : Princeton University Press.

Priolet, M. (2000). Résolution de problèmes arithmétiques et registres sémiotiques. Mémoire de Maîtrise en Sciences de l'Éducation, Université Lumière - Lyon 2, Lyon.

Priolet, M. (2008). Enseignement et apprentissage de la résolution de problèmes mathématiques. Le cas des problèmes numériques au cycle 3 de l'école primaire en France. Approches didactique et ergonomique. Thèse de Doctorat en Sciences de l'Éducation, Université Lumière - Lyon 2, Lyon.

Priolet, M., Novotná, J. (2007). Solving numerical problems in the 3rd year of Primary School : teaching and learning with connections. In Proceedings of the International Symposium Elementary Math's Teaching (p. 217-225). Prague : Charles University, Education Faculty.

Priolet, M., Régnier, J.-C. (2007). Modélisation et enseignement de la résolution de problèmes basé sur une mise en réseau. In Actes du XXXIV^{e} colloque COPIRELEM « Expérimentation et modélisation dans l'enseignement scientifique : quelles mathématiques à l'école ? » (p. 1-18), Troyes.

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains. Paris : Armand Colin.

Roditi, E. (2001). L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaires. Thèse de doctorat de didactique des mathématiques, Paris VII, Paris.

Roditi, E. (2005). Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique. Paris : L'Harmattan.

Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert, Recherches en Didactique des Mathématiques, 23, 3, 343-388.

Rouchier, A. (1991). Étude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaires : proportionnalité, structures itérativorécursives, institutionnalisation, Thèse de doctorat d'État de didactique des mathématiques, université d'Orléans, Orléans.

Sensevy, G. (2011). Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique. Bruxelles : De Boeck.

Sensevy, G., Mercier, A. (2007). Agir ensemble. L'action conjointe du professeur et des élèves dans le système didactique. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

Vergnaud, G. (1981). Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques, Recherches en Didactique des Mathématiques, 2, 2, 215-232.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10, 2-3, 133-170.

Vergnaud, G. (1994). Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel, *in* M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavignot, N. Balacheff (Eds). Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud (p. 177-191). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Vergnaud, G., Brégeon, J.-L., Dossat, L., Huguet, F., Myx, A., Peault, H. (1997). Le Moniteur de mathématiques. Cycle 3. Paris : Nathan.

Verschaffel, L., Greer, B., De Corte, E. (2000). Making sense of word problems, Swets & Zeitlinger Publishers : Netherlands.

ANNEXE N° 1 :
ÉNONCÉS ET RÉSULTATS ATTENDUS DES 12 PROBLÈMES PROPOSÉS LORS DU PRÉ-TEST

Six problèmes de proportionnalité simple

**Julien achète 4 livres. Le prix d'un livre est 7 euros.
Combien doit-il payer ?**

Réponse attendue : **28 euros**

Pauline range ses cassettes. Elle compose 4 lots de 7 cassettes. Combien a-t-elle de cassettes ?

Réponse attendue : **28 cassettes**

Yann a payé 30 euros pour 6 voitures miniatures. Quel est le prix d'une voiture miniature ?

Réponse attendue : **5 euros**

Un savon coûte 5 euros. Quel est le nombre de savons que Sophie peut acheter avec 40 euros ?

Réponse attendue : **8 savons**

Les pommes sont vendues par sacs de 5 kg. Quel est le nombre de sacs nécessaires pour acheter 40 kg de pommes?

Réponse attendue : **8 sacs**

Julie a payé 20 euros pour 4 œufs en chocolat. Sa cousine Estelle veut en acheter 6. Combien Estelle va-t-elle payer ?

Réponse attendue : **30 euros**

Un problème de comparaison multiplicative

La voiture miniature de Lucas mesure 8 cm de long. La vraie voiture représentée par cette petite voiture est 50 fois plus grande. Quelle est la longueur de la voiture réelle ?

Réponse attendue : **400 cm ou 4 m**

Cinq problèmes nécessitant des calculs intermédiaires

Elsa a une pochette de 20 photos et 2 albums remplis chacun de 60 photos. Combien de photos possède Elsa ?

Réponse attendue : **140 photos**

**Le maître a 3 sacs de 8 billes. Il veut répartir les billes entre Paul et Léa, de façon à ce que Léa ait autant de billes que Paul.
Combien le maître donnera-t-il de billes à chacun des deux élèves ?**

Réponse attendue : **12 billes**

**Le directeur de l'école doit envoyer 87 lettres. Il doit mettre un timbre sur chaque enveloppe. Les timbres sont vendus par carnet de 10 timbres.
Combien de carnets doit-il acheter ?**

Réponse attendue : **9 carnets**

Julien achète 4 livres. Le prix d'un livre est 7 euros. Au rayon des surgelés, les escargots coûtent 4 euros la douzaine, les petits pois 12 euros le kg et les framboises 6 euros le kg. Manon achète 12 escargots et 4 kg de petits pois. Combien a-t-elle dépensé ?

Réponse attendue : **52 euros**

Une classe compte 27 élèves. Le maître distribue trois cahiers par élève. Il lui reste 19 cahiers. Combien le maître avait-il de cahiers avant cette distribution ?

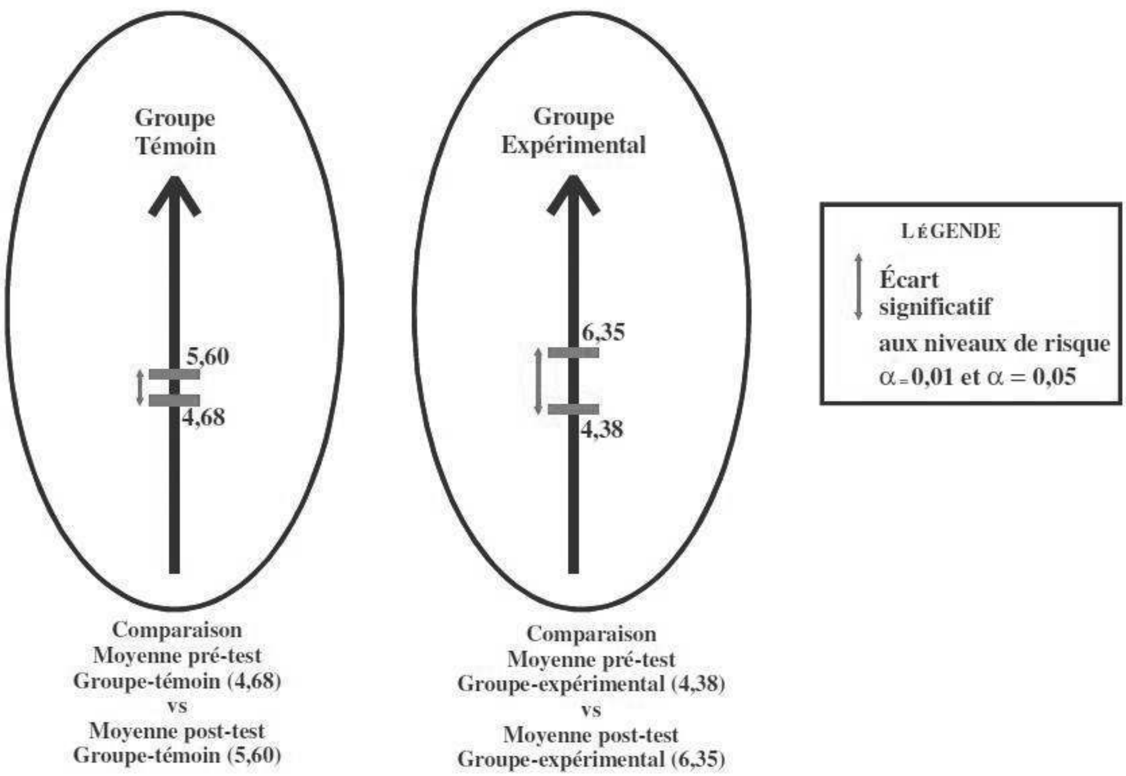
Réponse attendue : **100 cahiers**

ET DU POST-TEST

ANNEXE N° 2 : RÉSULTATS

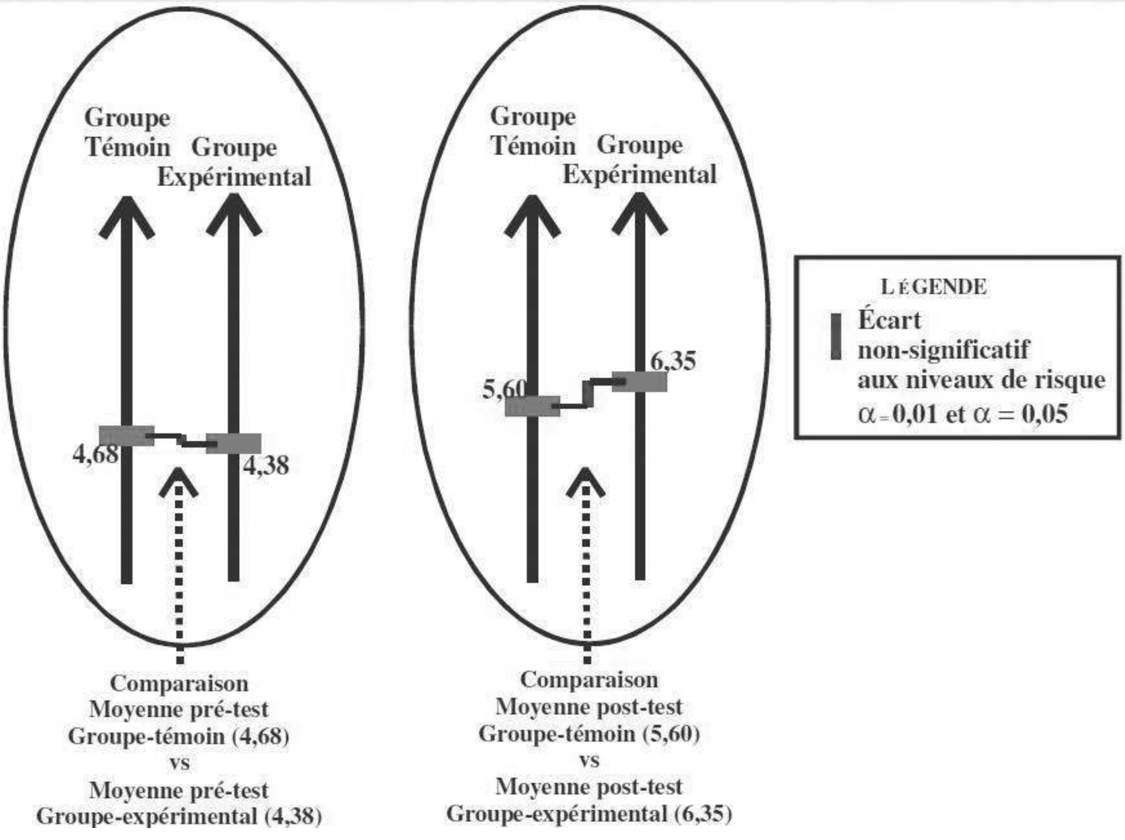
Comparaison intra-groupe des moyennes des scores au pré-test et au post-test au sein respectivement du groupe-témoin et du groupe-expérimental.

	Comparaison de moyennes		t de Student	ddl	Valeur critique $\alpha = 0{,}01$	Résultats	Valeur critique $\alpha = 0{,}05$	Résultats
Moyennes	Pré-test du groupe-témoin	Post-test du groupe-témoin	3,78	64	2,65	Rejet de H_0	2,00	Rejet de H_0
	Pré-test du groupe-expérimental	Post-test du groupe-expérimental	7,65	71	2,65	Rejet de H_0	1,99	Rejet de H_0



Comparaison inter-groupes des moyennes des scores obtenus au pré-test dans chacun des groupes d'une part et au post-test d'autre part.

	Comparaison de moyennes		t de Student	Résultats $\alpha = 0,01$ ddl = 135 Valeur critique = 2.61	Résultats $\alpha = 0,05$ ddl = 135 Valeur critique = 1.98
Moyennes	Pré-test du groupe-témoin	Pré-test du groupe-expérimental	0,49	Non-Rejet de H_0	Non-Rejet de H_0
	Post-test du groupe-témoin	Post-test du groupe-expérimental	1,20	Non-Rejet de H_0	Non-Rejet de H_0



Comparaison des écarts entre les moyennes obtenues au pré-test et celles obtenues au post-test pour le groupe-expérimental d'une part et pour le groupe-témoin d'autre part.

	Comparaison de moyennes		t de Student	Résultats $\alpha = 0{,}01$ ddl = 135 Valeur critique = 2,61	Résultats $\alpha = 0{,}05$ ddl = 135 Valeur critique = 1,98
Moyennes	**Écart Pré-test / Post-test du groupe-témoin**	**Écart Pré-test / Post-test du groupe-expérimental**	2,94	Rejet de H_0	Rejet de H_0