

Recherche ACE

Présentation du journal du nombre

La nature du journal du nombre

* Dans le journal du nombre, l'élève est mis en position d'écrire des mathématiques, pour lui-même, et pour les autres élèves. Il se livre à une exploration des « potentialités » du nombre et des signes mathématiques. Par exemple, un élève écrit « de son propre mouvement », à l'incitation du professeur qui dit aux élèves « d'écrire des mathématiques dans le journal du nombre » une égalité mathématique.

Il écrit $3+1 = 4$. Il écrit ainsi une égalité mathématique dont il est raisonnablement sûr, qu'il a certains moyens de prouver. Cette égalité est un point de départ pour en écrire d'autres.

* Le petit texte suivant introduit le Journal du nombre, et peut constituer sa raison d'être. « J'écris des mathématiques pour mieux comprendre les nombres et les signes mathématiques, pour mieux m'en servir, et pour que la classe comprenne mieux les nombres et les signes mathématiques, pour mieux s'en servir ».

* L'élève est mis en position de « réussite » au sens où il éprouve des potentialités des nombres et des signes, il se montre à lui-même et il montre aux autres des choses qu'il sait faire. Il est donc impossible d'échouer, ou d'être « en difficulté », lorsqu'on travaille dans le journal du nombre.

Ainsi, le journal prend en compte, sans modalités spécifiques, l'hétérogénéité des productions d'élèves et une certaine forme nécessaire de différenciation : tous les élèves savent quelque chose.

L'élève peut éventuellement se donner à lui-même des problèmes qu'il ne peut pas résoudre, mais il ne s'agit alors que du fonctionnement normal de l'activité d'enquête que représente le Journal du nombre. Le Journal du nombre ne doit donc pas être conçu comme une sorte de présentation, à l'élève, par le professeur, d'un problème de mathématique. Dans le Journal du nombre, insistons-y, l'élève exprime ce qu'il sait faire. L'enquête, la recherche, le questionnement, prennent leur source dans ce point de départ.

Les connaissances manifestées dans le journal pourront donc être des connaissances personnelles, culturelles, en cours d'apprentissage. Elles résulteront pour beaucoup, grâce aux incitations du professeur, du travail accompli au sein des activités mathématiques de la classe. Le journal n'est donc pas un exercice, ni un instrument d'évaluation, mais plutôt le lieu d'une certaine forme d'expérience et d'interrogation du savoir mathématique par les élèves.

L'évaluation du journal du nombre

* Le Journal du nombre est systématiquement lu par le professeur, éventuellement « corrigé » ou « commenté », mais il n'est pas « évalué », ni même « apprécié ». Il s'agit d'une sorte de jeu sur les nombres, de « jeu de recherche », qui ne doit pas être « scolarisé ». Par exemple, si un élève écrit « $4 + 5 = 10$ » dans le Journal, le professeur signifiera que ce n'est pas une égalité correcte et pourra

indiquer 2 exemples (par exemple $3 + 2 = 5$ et $4 + 2 \neq 5$) afin qu'il puisse modifier cette écriture. Selon le cas, ce travail pourra être adressé au collectif (sans mention de l'auteur de l'erreur), ou à l'élève lui-même.

* Le Journal du nombre peut constituer une « fenêtre » sur les conceptions, idées, procédures, erreurs, etc. des élèves, mais ce n'est pas sa fonction principale.

Les fonctions du journal du nombre et le travail du professeur

* Le Journal du nombre a donc une première fonction essentielle d'émancipation de l'activité productrice, en mathématique, de l'élève.

* Sa deuxième fonction essentielle est une fonction de communication mathématique dans la classe. C'est le professeur qui organise cette communication. Cela peut se faire de la manière suivante.

1) A la fin d'une séance sur le Journal du Nombre, le professeur ramasse les Journaux et étudie les productions d'élèves. 2) Parmi ces productions, il choisit celles qui lui paraissent manifester, par elles-mêmes ou en relation avec d'autres, des propriétés mathématiques pertinentes.

3) Il les photocopie, puis les présente à la classe, en coopération avec leurs auteurs, comme incitation en début de la séance suivante. Par exemple (premier exemple), lors de la séance du Journal du nombre dont le professeur a étudié la production, l'incitation professorale était « Écrire un nombre qu'on décompose sous la forme d'une addition ».

Le professeur a choisi par exemple une production dans laquelle l'élève a écrit systématiquement des doubles : $8 = 4 + 4$; $10 = 5 + 5$; $14 = 7 + 7$. Un tel choix s'est fait en fonction de critères mathématiques, par exemple, ici, l'usage systématique des doubles, et le placement du terme unique (ici 8, 10, 14) à gauche du signe « égale », en début d'égalité.

Le professeur demande aux élèves d'étudier cette production et de la commenter, en dialogue avec l'auteur. Après reconnaissance du mode de production de ces écritures, une nouvelle séance du Journal du Nombre peut par exemple s'engager, avec l'incitation « Écrire des nombres sous la forme de doubles ».

Cette incitation pourrait être ensuite, selon le moment de la progression, et en fonction des productions effectives des élèves : « écrire une égalité dans laquelle on fait voir un double dans un nombre », et on attend des élèves qu'ils écrivent par exemple $15 = 6+6+3$. L'incitation, toujours en fonction des mêmes critères peut devenir : « écrire une égalité dans laquelle on fait voir le plus grand double possible dans un nombre », et on attend des élèves qu'ils écrivent par exemple $15 = 7+7+1$, etc. L'important, ici, n'est pas la résolution du problème « écrire une égalité dans laquelle on fait voir le plus grand double possible dans un nombre », mais le fait de comprendre rapidement ce « jeu d'écriture », et de se confronter un grand nombre de fois à ce jeu.

Par exemple (deuxième exemple), lors de la séance du Journal du nombre dont le professeur a étudié la production, l'incitation professorale était : « écrire des soustractions ». Le professeur regroupe alors des productions différentes d'élèves différents : $8 - 3$, $12 - 7$, $14 - 9$.

Le professeur demande aux élèves d'étudier ces productions et de les commenter, en dialogue avec les auteurs. Après reconnaissance de la familiarité entre ces écritures (trois soustractions qui ont comme différence 5), après reconnaissance du fait que le nombre le plus grand est placé au début de l'écriture de la soustraction, une nouvelle séance du Journal du Nombre peut par exemple

s'engager, avec l'incitation « écrire plusieurs soustractions pour la même différence ». En fonction de leur niveau d'avancement mathématique, les élèves vont produire divers types de propositions, mais aucun ne devra être dans l'impossibilité de travailler adéquatement. Dans un second temps, le fait de rendre public certaines productions plus mathématiquement plus raffinées que d'autres, de les commenter et d'en comprendre finement la nature, permettra à chacun, dans l'étude et la compréhension de ces productions, de progresser.

* Le passage à l'écrit est important en particulier parce qu'il permet un retour sur les écrits dans le temps. De cette manière, l'élève peut prendre conscience de l'accroissement de ses connaissances, qu'il pourra justifier, mais aussi de ce qu'il pense être certain, sans laisser la responsabilité de la certitude uniquement au professeur. Le journal est donc un outil pour la mémoire individuelle et collective, puisque la symbolisation fixe momentanément ce que l'on pense « savoir » mais que l'on peut modifier. L'écrit constitue le partage d'une expérience vécue d'abord individuellement puis collectivement.

* Le Journal du nombre doit pouvoir accueillir des questions ou raisonnements produits par les élèves.

Ceux-ci n'ayant pas toujours les moyens linguistiques et scripturaux de les poser, certaines séances du Journal du nombre peuvent se centrer sur la discussion collective de productions, qui amènent à des questions ou hypothèses mathématiques.

Il peut constituer ainsi un moyen de diffuser des raisonnements mathématiques énoncés par les élèves et pleinement compris de tous. Par exemple, dans Le Jeu des annonces, la discussion peut amener à émettre l'idée selon laquelle « Quand tous les nombres du lancer sont plus grands ou plus petits que l'annonce, l'égalité n'est pas possible (par exemple, $1+2+3+5$ est forcément différent de $9+9+9+9$, forcément plus petit que $9+9+9+9$) », ou « Lorsque j'enlève à un nombre le même nombre, j'obtiens (une égalité avec) zéro (par exemple, $7-7 = 0$) », ou bien une question comme « Dans le jeu des annonces trois mains deux dés, quelles sont les annonces qui font 12 ?/Combien y a-t-il d'annonces qui font 12 ? »

Par une technique de dictée à l'adulte, le professeur écrit alors au tableau les raisonnements/hypothèses du type ci-dessus, qu'il pourrait être intéressant pour la classe de travailler. Cette question est photocopiée (ou copiée par les élèves) pour « ouvrir » en tant qu'incitation la séance suivante du journal du nombre.

* Certaines incitations sont explicitement dévolues à un travail intégrant le vocabulaire travaillé durant les séances, et les systèmes de représentation (du type boîte ou segment) qui concrétisent les recherches. Par exemple, le professeur peut utiliser le Journal du nombre pour faire produire des unités additives, et écrire l'addition et les soustractions qu'on peut en tirer. Par exemple, soit l'unité additive 2,4,6 ; $2+4 = 6$, donc $6-2 = 4$ et $6 - 4 = 2$

La différence entre 6 et 2, c'est 4 ; la différence entre 6 et 4, c'est 2.

L'incitation peut être alors : « Produire une unité, et écrire l'addition et les deux soustractions, et les deux différences correspondantes, avec la boîte et le segment ».

* La fonction principale du Journal, indissociablement individuelle et collective, est donc bien de rendre les élèves capables de constituer, à partir des mathématiques qu'ils étudient en classe, un « rapport de première main » aux mathématiques, qui leur permette par exemple de travailler en autonomie, à partir d'incitations professorales ou non, à la production d'écritures mathématiques comme faits mathématiques (« trouvailles mathématiques »).

La progression dans le Journal du nombre

* La progression dans le Journal du nombre est donc directement ancrée dans les productions des élèves, dans les idées mathématiques qu'elles révèlent, dont le professeur fait prendre conscience aux élèves, avant de demander à chacun de les travailler. C'est par de nouvelles incitations, qui prennent leurs sources dans les propriétés mathématiques des productions antérieures, que le professeur fait mathématiquement avancer les élèves. Ces incitations sont fondées à la fois sur les productions relevées dans le cahier, et sur des discussions mathématiques dans la classe dont le professeur a relevé la pertinence.

La périodicité du Journal du nombre

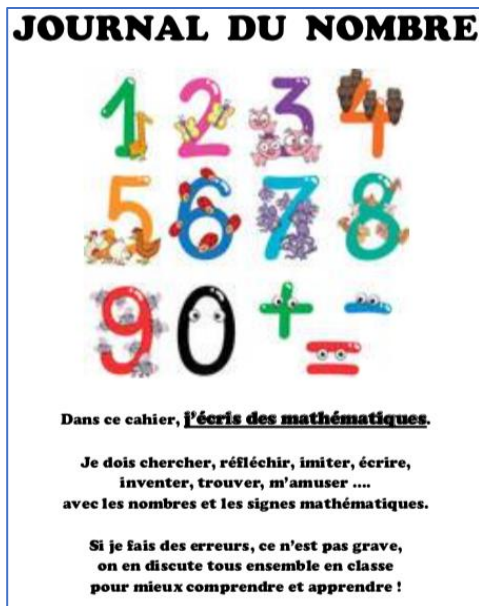
* D'une part, le Journal du nombre requiert une certaine quantité d'expériences mathématiques pour que l'élève soit en possibilité d'écrire des mathématiques « nouvelles » par rapport à ce qu'il sait déjà faire. D'autre part, le Journal doit devenir une habitude, habitude de production et d'enquête, pour les élèves.

La périodicité des séances doit donc tenir compte de ces deux contraintes. Le rythme d'une fois par semaine, à la fin ou en début d'une séance, paraît pertinent.

Le journal du nombre et la communication mathématique au-delà de la classe

* Le travail accompli dans le Journal du nombre peut être communiqué au-delà de la classe, et en particulier au sein du collectif ACE. Les trouvailles des uns et des autres peuvent être partagées (notamment sur le site de la recherche) et servir d'incitations nouvelles dans les classes.

Témoignage d'une enseignante



JOURNAL DU NOMBRE

Dans ce cahier, **l'écris des mathématiques.**

Je dois chercher, réfléchir, imiter, écrire,
inventer, trouver, m'amuser ...
avec les nombres et les signes mathématiques.

Si je fais des erreurs, ce n'est pas grave,
on en discute tous ensemble en classe
pour mieux comprendre et apprendre !

Le JDN (journal du nombre) un outil passionnant, qui offre des possibilités uniques et une nouvelle approche des mathématiques. Je l'utilise très souvent dans ma classe, et ces moments sont appréciés des élèves.

Ce sont souvent des temps courts, qui laissent une certaine liberté aux enfants, leur permettant de "triturer" les nombres et les opérations à leur gré (au sein d'un cadre prédéfini néanmoins), de prendre plaisir à la "cogitation" mathématique, et ainsi de construire leurs connaissances, en complément des jeux proposés dans la progression ACE.

C'est un peu une comme une "expression écrite mathématique" mais ce n'est pas un "texte libre" !

Dans le contrat initial passé entre eux et moi, les enfants sont des chercheurs- trouveurs : si on ne réussit pas du premier coup, ce n'est pas grave, l'important, c'est de comprendre. Se tromper fait partie du jeu. On revient souvent en collectif sur

les productions, que ce soit pour analyser ensemble les erreurs éventuelles, envisagées non pas comme une faute sanctionnée, mais comme une base de discussion pour comprendre pourquoi il y a un problème. On met en valeur également, toujours en collectif, les trouvailles intéressantes, qui peuvent donner lieu à des reprises individuelles : "J'observe et j'imité untel " (consigne très prisée, ils adorent être cités dans le JDN).

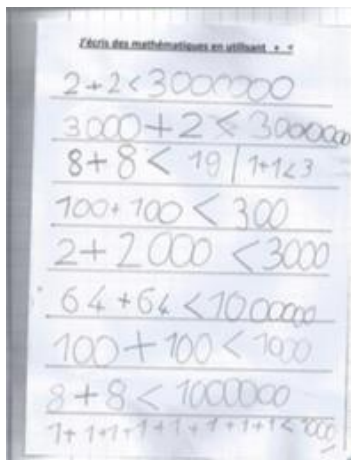
Chacun, quel que soit son niveau, peut répondre aux consignes.

Les élèves les plus avancés mettent souvent à profit le JDN pour réinvestir des connaissances qui parfois sortent du programme strict du CP : par exemple, ils prennent un grand plaisir à utiliser des grands nombres, jusqu'au million parfois, et ils sont souvent très productifs. Ils manipulent les opérations comme s'ils étaient "dans les mathématiques". C'est une impression très inédite pour moi et plutôt fascinante je l'avoue, de les voir jouer à écrire des mathématiques, à faire de la "gymnastique du cerveau".

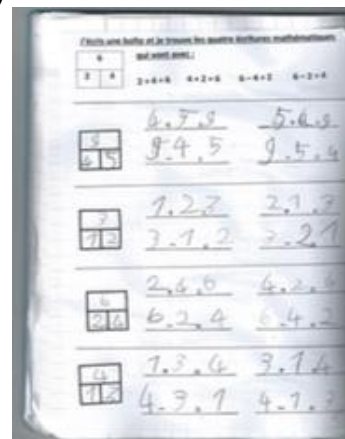
Les élèves les moins avancés se donnent l'autorisation de rester avec les petits nombres, de produire moins mais ce n'est pas gênant, ils ont compris que l'important, c'est de réfléchir et de comprendre.

Les activités proposées dans le JDN peuvent être de plusieurs ordres :

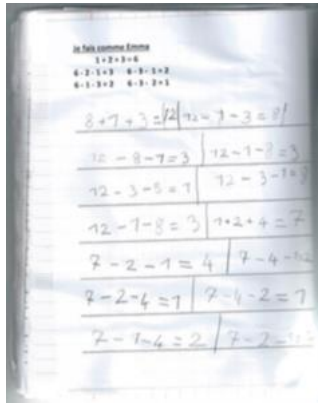
de l'écriture mathématique très libre, la consigne étant "ouverte"



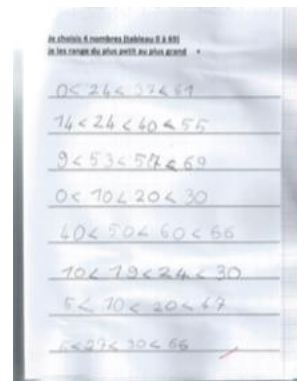
du réinvestissement systématique d'un outil utilisé en classe (exemple : la boîte à compter) :



de l'imitation d'une production intéressante d'un autre élève



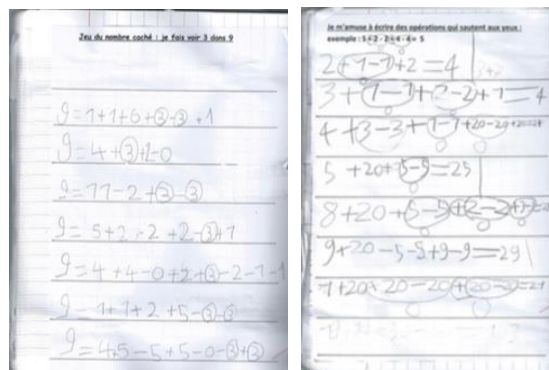
de manipulation systématique de la numération (ce que l'on pourrait considérer comme des exercices), mais avec une énorme différence : comme les enfants choisissent eux-mêmes les nombres qu'ils vont utiliser, ils s'approprient beaucoup mieux les notions :



d'une première étape de passage à l'abstraction à partir d'une manipulation concrète en classe (pour les mesures par exemple) :



d'une activité de "cogitation" mathématique liée à un jeu pratiqué en classe :



Voilà un exemple d'une consigne "ouverte", qui a donné des réponses très variées.

J'ai simplement dit qu'il fallait écrire des soustractions. J'ai précisé qu'ils pouvaient utiliser les nombres qu'ils voulaient et choisir le nombre de termes de leur opération. La seule contrainte était l'emploi obligatoire du - et du = .

On retrouve suivant les enfants des grands ou des petits nombres, des courtes ou des longues opérations, des soustractions avec des résultats différents ou systématiquement identiques, des jeux avec le 0 ou le 1, des opérations inversées, des manipulations des unités et des dizaines ... bref, ils ont réinvesti avec bonheur les apprentissages antérieurs.

Écrits des mathématiques avec - et =

$$2-0-2=0$$

$$1000-1=999$$

$$77-2-2=73$$

$$69-1-7-7-7-7=61$$

$$70-5=65$$

$$50-0=50$$

$$7-0-0-0=7$$

$$200-1=199$$

$$8-6=2$$

$$8-2=6$$

$$6-2=4$$

$$80000-0=80000$$

Écrits des mathématiques avec - et =

$$10-9=1$$

$$11-10=1$$

$$100-1=99$$

$$99-1=98$$

$$97-1=96$$

$$96-1=95$$

$$94-1=93$$

$$93-1=92$$

$$9-1=8$$

Écrits des mathématiques avec - et =

$$3-1=2$$

$$4-3=1$$

$$5-4=1$$

$$6-5=1$$

$$7-6=1$$

$$8-7=1$$

$$9-8=1$$

$$10-9=1$$

Écrits des mathématiques avec - et =

$$60-1-2=57$$

$$6-1-1-1-1-1=0$$

$$69-2-1-3-7-6=49$$

$$60-1-7-1-2-3-1=65$$

$$7-0=7$$

$$7-1-7=0$$

$$70-7-1-1-1-7-2=3$$

$$20-10-1-1-1-2=5$$

$$50-10-10-10-2-3=19$$

Écrits des mathématiques avec - et =

$$100-50=50$$

$$100-60=40$$

$$100-80=20$$

$$100-70=30$$

$$100-90=10$$

$$100-0=100$$

$$100-100=0$$

Écrits des mathématiques avec - et =

$$5-1-1-1=2$$

$$6-1-1-1-1=1$$

$$59-1-1-1-1-1=54$$

$$50-1-1-1-1-1-1=47$$

$$70-70=0$$

$$70-17=53$$

$$69-20=49$$

$$69-20-20=29$$

En conclusion, le JDN est un outil qui est maintenant fondamental dans ma pratique pédagogique et qui est adaptable à mon avis à tous les niveaux de l'école élémentaire.